ISEL

Análise Matemática I

Departamento de Engenharia Mecânica

2° Semestre 2005/2006

Ficha 1

1. (a) Para cada par de valores reais de a e b a expressão

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{x} & \text{se } x < -1 \\ ax + b & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ 3 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

define uma função real de variável real. Determine a e b de modo que seja contínua para $x = -1$ e $x = 0$.

(b) Para cada par de valores reais de a e b a expressão

$$f(x) = \begin{cases} \arctan x + a & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{1}{x} & \text{se } 0 < x < 1 \\ b & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

define uma função real de variável real. Determine se existem a e b de modo a que f que seja contínua em todo o seu domínio.

2. Considere a função $f(x) = |x^4 - 3x| - 5$.

(a) Pode garantir, utilizando o Teorema de Bolzano, a existência de $c \in]-1, 1[$ tal que $f(c) = -5$? E tal que $f(c) = -2$? Justifique.

(b) Prove que f tem um zero no intervalo $]1, 2[$.

3. Determine as assímptotas ao gráfico de

$$f(x) = \begin{cases} x\mathrm{e}^{x+1} & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{x}{x-2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

4. Determine as equações das rectas tangente e ortogonal ao gráfico da função $f(x) = \mathrm{e}^{1-x^2}$, para $x > 0$, no ponto de intersecção com a recta $y = 1$.

Soluções.

1. (a) $a = 3$, $b = 3$. (b) Não existem.

2. (a) Não. Sim.

3. $x = 2$, $y = 0$ e $y = 1$.

4. $y = -2(x-1) + 1$ e $y = \dfrac{1}{2}(x-1) + 1$