



## Ficha 3

1. Calcule as seguintes primitivas (imediatas ou quase-imediatas):

(a)  $P \cos^3(x) \sin(x)$

(b)  $P \frac{\tan(x)}{\cos^2(x)}$

(c)  $P \frac{\cos(x)}{2 \sin(x) + 3}$

(d)  $P \frac{1}{x \ln(x)}$

(e)  $P \frac{1}{(1+x^2) \arctan(x)}$

(f)  $P \frac{\cos(\ln(x))}{x}$

(g)  $P \frac{1}{9x^2 + 4}$

(h)  $P(e^{2x})^2$

(i)  $P \frac{\sqrt{\arctan(2x)}}{1 + 4x^2}$

(j)  $P \frac{1}{\sqrt{8-x^2}}$

(k)  $P \tan\left(\frac{x}{3}\right) \sec^2\left(\frac{x}{3}\right)$

(l)  $P \frac{\sin(3x)}{3 + \cos(3x)}$

(m)  $P \frac{\sqrt[3]{1 + \ln(x)}}{x}$

(n)  $P \frac{e^{\arctan(x)} + x \ln(1+x^2) + 1}{1+x^2}$

(o)  $P \frac{2x+3}{2x+1}$

(p)  $P \frac{\arccos\left(\frac{x}{2}\right)}{\sqrt{4-x^2}}$

(q)  $P e^{-\tan(x)} \sec^2(x)$

(r)  $P \frac{\sin(5x)}{1 + \cos^2(5x)}$

2. Calcule as seguintes primitivas (por partes):

(a)  $P x^2 \sin(x)$

(b)  $P \sin^2(x)$

(c)  $P \ln(x)$

(d)  $P x \arcsin(x^2)$

(e)  $P x e^x$

(f)  $P x^3 e^{x^2}$

(g)  $P \sin(x) \tan^2(x)$

3. Calcule as seguintes primitivas (racionais):

(a)  $P \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x}$

(b)  $P \frac{x-8}{x^3 - 4x^2 + 4x}$

(c)  $P \frac{1}{x^3 + 1}$

4. Calcule as seguintes primitivas (por substituição):

(a)  $P \frac{1}{\sqrt[12]{x^4} \sqrt[6]{x} + 1}$

(b)  $P \frac{e^{2x}}{(e^x - 1)(e^{2x} + 1)}$

(c)  $P \sqrt{5-3x^2}$

(d)  $P x \sqrt{1+x}$

(e)  $P \sqrt{x-1} \ln(\sqrt{x-1} - 3)$

(f)  $P \frac{\ln(x) - 8}{x(\ln^3(x) - 2 \ln^2(x) + \ln(x))}$

5. Calcule as seguintes primitivas:

(a)  $P \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)}$

(b)  $P e^{-x} \cos(x)$

(c)  $P \frac{x}{\sqrt{1-x}}$

(d)  $P x \arctan(x)$

(e)  $P \frac{1}{\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1}}$

(f)  $P \frac{4x^2 + 3x + 2}{x(x^2 + x + 1)}$

(g)  $P \frac{e^{\sqrt{x+3}}}{\sqrt{x+3}}$

(h)  $P e^{\sin(x)} \cos(x) \sin(x)$

(i)  $P \frac{\sqrt{3 + \ln(x)}}{x}$

(j)  $P \cos(x) \cot^2(x)$

(k)  $P \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}}$

(l)  $P \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

$$\begin{array}{ll} \text{(m)} Pxe^{-x} & \text{(p)} P\frac{e^{2x}}{1+e^x} \\ \text{(n)} P\tan(3x)\sec^4(3x) & \\ \text{(o)} P\frac{1}{2+\cos(x)} & \text{(q)} P\sqrt{e^x-1} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{(r)} P\sec(x) \\ \text{(s)} P\frac{x}{x^2+6x+10} \end{array}$$

### Soluções.

- $-\frac{1}{4}\cos^4(x)$ ; (b)  $\frac{1}{2}\tan^2(x)$ ; (c)  $\frac{1}{2}\ln|2\sin(x)+3|$ ; (d)  $\ln|\ln(x)|$ ; (e)  $\ln|\arctan(x)|$ ;
  - $\sin(\ln(x))$ ; (g)  $\frac{1}{6}\arctan\left(\frac{3}{2}x\right)$ ; (h)  $\frac{1}{4}e^{4x}$ ; (i)  $\frac{1}{3}\arctan^{\frac{3}{2}}(x)$ ; (j)  $\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{4}x\right)$ ; (k)  $\frac{3}{4}\tan^4\left(\frac{x}{3}\right)$ ;
  - $-\frac{1}{3}\ln|3+\cos(3x)|$ ; (m)  $\frac{3}{4}(1+\ln(x))^{\frac{4}{3}}$ ; (n)  $e^{\arctan(x)}+\frac{1}{4}\ln^2(1+x^2)+\arctan(x)$ ; (o)  $x+\ln|2x+1|+K$ ;
  - $\frac{1}{2}\arccos^2\left(\frac{x}{2}\right)$ ; (q)  $-e^{-\tan(x)}$ ; (r)  $-\frac{1}{5}\arctan(\cos(5x))$ .
- $-\cos(x)x^2+2(\sin(x)x+\cos(x))$ ; (b)  $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin(2x)$ ; (c)  $x\ln(x)-x$ ; (d)  $\frac{x^2}{2}\arcsin(x^2)-\frac{\sqrt{1-x^2}}{2}$ ;
  - $e^x(x-1)$ ; (f)  $e^x(x^3-3x^2+6x-6)$ ; (g)  $-\cos(x)\tan^2(x)+\frac{2}{\cos(x)}$ .
- $\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+4x+2\ln|x|+5\ln|x-2|-3\ln|x+2|$ ; (b)  $2\ln|x-2|-2\ln|x|+\frac{3}{x-2}$ ;
  - $\frac{1}{3}\left[\ln|x+1|-\frac{1}{2}\left[\ln(x^2-x+1)-2\sqrt{3}\arctan\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)\right]\right]$ .
- $12\left(\frac{12\sqrt{x^{11}}}{11}-\frac{12\sqrt{x^9}}{9}+\frac{12\sqrt{x^7}}{7}-\frac{12\sqrt{x^5}}{5}+\frac{12\sqrt{x^3}}{3}-\sqrt[3]{x}+\arctan\left(\sqrt[3]{x^{11}}\right)\right)$ ;
  - $\frac{1}{2}\ln|e^x-1|-\frac{1}{4}\ln(e^{2x}+1)+\frac{1}{2}\arctan(e^x)$ ; (c)  $\frac{x\sqrt{5-3x^2}}{2}+\frac{5\sqrt{3}\arcsin\left(\frac{\sqrt{15}}{5}x\right)}{6}$ ; (d)  $\frac{(1+x)^2}{2}-\frac{2\sqrt{(1+x)^3}}{3}$ ;
  - $\frac{\sqrt{(1+x)^3}}{3}\ln(\sqrt{1+x}-3)-\frac{\sqrt{(1+x)^3}}{9}-\frac{1+x}{2}-\sqrt{1+x}-\frac{1}{3}\ln|\sqrt{1+x}-3|$ ;
  - $-8\ln|\ln(x)|+8\ln|\ln(x)-1|+\frac{7}{\ln(x)-1}$ .
- $x+\ln|x|+\frac{1}{2}\ln(x^2+1)$ ; (b)  $\frac{\sin(x)e^{-x}+\cos(x)e^{-x}}{2}$ ; (c)  $2\left(\frac{\sqrt{(1+x)^3}}{3}-\sqrt{1+x}\right)$ ;
  - $\frac{x^2}{2}\arctan(x)-\frac{1}{2}(x-\arctan(x))$ ; (e)  $4\sqrt[4]{x-1}$ ; (f)  $2\ln|x|+\ln|x^2+x+1|$ ; (g)  $2e^{\sqrt{x+3}}$ ;
  - $e^{\sin(x)}(\sin(x)-1)$ ; (i)  $\frac{2}{3}(3+\ln(x))^{\frac{3}{2}}$ ; (j)  $-\frac{1}{\sin(x)}-\sin(x)$ ; (k)  $\frac{3(x+1)^{\frac{2}{3}}[14x-21+20(x+1)^{\frac{1}{2}}]}{70}$ ;
  - $\ln(e^{2x}+1)-x$ ; (m)  $e^{-x}(x-1)$ ; (n)  $\frac{1}{12}\sec^4(3x)$ ; (o)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}\arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right)$ ; (p)  $e^x-\ln(e^x+1)$ ;
  - $2\sqrt{e^x-1}-2\arctan(\sqrt{e^x-1})$ ; (r)  $\ln|\tan(x)+\sec(x)|$ ; (s)  $\frac{1}{2}(\ln|x^2+6x+10|-6\arctan(x+3))$ .