



ISEL

Análise Matemática I

Departamento de Engenharia Mecânica

Exame 2 - 14/02/2006

Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a resolução do teste e apresente todos os cálculos que efectuar.

Duração: 2h00m

1. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x) + 2 & , x \leq 0 \\ Ax + B & , 0 < x < e \\ \ln(x^3) & , x \geq e \end{cases}$$

(1.0) (a) Determine valores para A e B , de forma a que a função f seja contínua em $x = 0$ e descontínua em $x = e$.

(1.0) (b) Sem efectuar qualquer cálculo, diga, para os valores de A e B que obteve em (a), se f é diferenciável em $x = e$.

(2.0) 2. Mostre que a função $g(x) = \frac{1}{x} + \cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ tem pelo menos um zero no intervalo $]0, 4]$. (Sugestão: utilize o Teorema de Bolzano.)

(2.0) 3. Determine os extremos da função $f(x) = x^2 e^x$.

(2.0) 4. Seja f uma função diferenciável em \mathbb{R} e seja $h(x) = f(x \ln(x))$. Sabendo que $f(0) = \sqrt{3}$ e que $f'(0) = 2$, escreva a equação da recta tangente à função h em $x = 1$.

5. Calcule, caso existam, os seguintes limites:

(2.0) (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(x)}{x^2}$;

(2.0) (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t \, dt}{x}$.

(2.0) 6. Calcule uma primitiva da função $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - 9x^4}}$.

(2.0) 7. Calcule $\int_1^{e^2} \frac{1 - \ln x}{x + x \ln x} dx$.

(2.0) 8. Calcule a área da região plana limitada pelas funções $y = x^2 - 4$ e $y = 4 - x^2$.

(2.0) 9. Calcule $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$.