



ISEL

Análise Matemática I
Departamento de Engenharia Mecânica
Rep. Teste Global - 25/01/2006

Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a resolução do teste e apresente todos os cálculos que efectuar.

Duração: 1h30m

(2.0) 1. Considere a função $f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}}$. Indique o domínio de f e verifique se f é prolongável por continuidade a \mathbb{R} .

(2.0) 2. Mostre que, para $0 < a \leq b$, existe $c \in]a, b[$ tal que

$$\ln \frac{b}{a} = \frac{b-a}{c}.$$

(Sugestão: aplique o Teorema de Lagrange à função $f(x) = \ln x$.)

(2.0) 3. Calcule, se existir, o limite $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$.

(2.0) 4. Seja $h(x) = f(e^{\cos x})$, com f duas vezes diferenciável e estritamente decrescente em \mathbb{R} . Calcule $h'(x)$, e verifique que h tem um extremo local em $x = 0$.

5. Calcule todas as primitivas das seguintes funções:

(2.0) (a) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{1+x+\sqrt[4]{(x+1)^3}}$.

(2.0) (b) $f(x) = \frac{x^4 + 3x^2 + x + 6}{x^3 + x}$.

(2.0) 6. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo dos xx da superfície S limitada por $x^2 + y^2 = 4$.

7. Considere a função $F(x) = \int_0^x t e^{-t} dt$.

(2.0) (a) Mostre que $F(x) \geq 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

(2.0) (b) Estude a concavidade da função F .

(2.0) (c) Mostre que a recta $y = 1$ é a única assíptota horizontal de F .