



ISEL

# Análise Matemática I

Teste 1 - 4 de Novembro de 2005

Departamento de Engenharia Mecânica

**Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a resolução do teste e apresente todos os cálculos que efectuar.**

**Duração: 1h30m**

1. Considere a função  $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ .

(a) Identifique o domínio de  $f$ .

(b)  $f$  é contínua? Justifique.

(c) Diga, justificando, se é possível prolongar por continuidade a função  $f$  ao ponto  $x = 1$ .

2. Determine valores de  $a$  e  $b$  de forma a que a função

$$g(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{se } x \leq 0 \\ \cos(x) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

seja diferenciável em  $\mathbb{R}$ .

3. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  uma função diferenciável. Considere a função  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$h(x) = f(-2x) + \ln(e^x f(x)).$$

(a) Diga, justificando, se a função  $h$  é diferenciável. Caso seja, calcule a sua derivada.

(b) Sabendo que  $f(0) = 2$  e  $f'(0) = 1$ , escreva as equações das rectas tangente e ortogonal ao gráfico de  $h$  no ponto  $x = 0$ .

4. Existe alguma função diferenciável  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(0) = 2$ ,  $f(2) = 5$  e  $f'(x) \leq 1$  para todo  $x$  em  $]0, 2[$ . Justifique a sua resposta. (Sugestão: utilize o Teorema de Lagrange.)

5. Calcule, caso exista, o seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x \arctan(x)}.$$

6. Considere a função  $f(x) = \sqrt[3]{1+2x}$ .

(a) Escreva o polinómio de Taylor do 2º grau de  $f$  no ponto  $a = 0$ .

(b) Utilize o polinómio obtido em (a) para calcular um valor aproximado de  $\sqrt[3]{1.2}$ .

Pergunta	1(a)	1(b)	1(c)	2	3(a)	3(b)	4	5	6(a)	6(b)
Cotação	1.5	1.5	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	2.0