



ISEL

# Análise Matemática I

Departamento de Engenharia Mecânica

Teste 2 - 06/01/2006

---

Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a resolução do teste e apresente todos os cálculos que efectuar.

Duração: 1h30m

---

- (2.0) 1. Calcule uma primitiva de  $f(x) = \frac{e^{\arctan x} + x \ln(1 + x^2) + 1}{1 + x^2}$ .
- (2.0) 2. Calcule uma primitiva de  $f(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$ .
- (2.0) 3. Calcule a primitiva de  $f(x) = xe^x$  cujo gráfico passa pelo ponto  $(0, 1)$ .
- (2.0) 4. Calcule  $\int_1^e \frac{\sqrt{4 - \ln x}}{x} dx$ .
- (2.0) 5. Mostre que  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1 - x^2} \arcsin x} dx$ .
- (2.0) 6. Seja  $f$  uma função ímpar (isto é, tal que  $f(-x) = -f(x)$  para todo o  $x \in \mathbb{R}$ ).  
Mostre que  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ , para qualquer  $a \in \mathbb{R}$ .
- (2.0) 7. Seja  $f$  uma função diferenciável em  $\mathbb{R}$  tal que  $\int_0^x f(t) dt = xf(x)$ . Mostre que  $f(x) = k$ , onde  $k$  é uma constante.
- (2.0) 8. Calcule a área da região limitada por  $y = e^x$ ,  $y = \ln x$ ,  $x = 1$  e  $x = e$ .
- (2.0) 9. Calcule o volume do sólido de revolução obtido pela rotação em torno do eixo dos  $xx$  da área definida por  $y \leq e^x$ ,  $x \leq 0$  e  $y \geq 0$ .
- (2.0) 10. Calcule  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(1 + x^2) \arctan x} dx$ .