



ISEL

# Análise Matemática I

Departamento de Engenharia Mecânica

Teste Global - 09/01/2006

---

Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a resolução do teste e apresente todos os cálculos que efectuar.

Duração: 1h30m

---

1. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

- (2.0) (a) Mostre que a função  $f$  é contínua e diferenciável em  $x = 1$ .
- (2.0) (b) Determine os pontos em que a recta tangente ao gráfico de  $f$  é paralela à recta  $y = -\frac{1}{2}x + 4$ .
- (2.0) 2. Mostre que a equação  $x^3 + 3x - 1 = 0$  admite uma única solução em  $\mathbb{R}$ , situada no intervalo  $]0, 1[$ . (Sugestão: Aplique o Corolário do Teorema de Bolzano.)
- (2.0) 3. Calcule, caso exista, o limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$ .
- (2.0) 4. Determine os pontos de inflexão de  $f(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{12}$ .
- (2.0) 5. Calcule uma primitiva de  $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x^2+1)}$ .
- (2.0) 6. Calcule a primitiva de  $f(x) = x \sin x$  cujo gráfico passa pelo ponto  $(0, 1)$ .
- (2.0) 7. Seja  $f$  uma função par (isto é, tal que  $f(-x) = f(x)$  para todo o  $x \in \mathbb{R}$ ).  
Mostre que  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ , para qualquer  $a \in \mathbb{R}$ .
- (2.0) 8. Mostre que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x e^{-t} dt}{e^x - 1} = 0$ .
- (2.0) 9. Calcule a área da figura definida por  $y \leq e^{-x}$ ,  $x \geq 1$  e  $y \geq 0$ .