



ISEL

Análise Matemática I
Departamento de Engenharia Mecânica
Exame 2 - 07/02/2007

Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a resolução do teste e apresente todos os cálculos que efectuar.

Duração: 2h00m

- (2.0) 1. Determine em \mathbb{R} o interior, a fronteira, e o conjunto dos pontos de acumulação do conjunto $\mathbb{R} \setminus]-2, +\infty[\cup \{1\}$.
- (2.0) 2. Determine o domínio e as assíntotas de $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{x^2}\right)$.
- (2.0) 3. Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \arctan t^2 dt}{x^3}$.
- (2.0) 4. Sabendo que $P \sin^2 x = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x \cos x$ e $P \cos^2 x = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x \cos x$, utilize o método da primitivação por partes, apresentando todos os cálculos, para obter uma primitiva de $f(x) = x \sin x \cos x$.
- (2.0) 5. Estude quanto à convergência o integral $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$.
- (2.0) 6. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo dos yy da figura limitada por $y = x - x^2$ e por $y = 0$.
7. Estude quanto à convergência as seguintes séries:
- (2.0) (a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}$;
- (2.0) (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+1)^2(n+2)^2}$.
8. Determine o intervalo de convergência das seguintes séries de potências e investigue, se possível, a convergência nos extremos deste intervalo:
- (2.0) (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n-1} x^n$;
- (2.0) (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$.