



ISEL

Análise Matemática I
Departamento de Engenharia Mecânica
Teste 2 - 06/01/2007

Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a resolução do teste e apresente todos os cálculos que efectuar.

Duração: 1h30m

-
- (1.5) 1. Estude quanto à convergência o integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x \, dx$.
- (1.5) 2. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação em torno do eixo dos xx da figura limitada por $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$ e $x = 2$.
- (1.0) 3. Calcule a área de $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \sqrt{3} - 1 \wedge 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2 + 2x + 2} \right\}$.
4. Utilize o critério de D'Alembert (da razão) para determinar a convergência das séries:
- (2.0) (a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$;
- (2.0) (b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \dots (4n-3)}$.
5. Utilize o critério de Cauchy (da raiz) para determinar a convergência das séries:
- (2.0) (a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1} \right)^n$;
- (2.0) (b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{2n-1}$.
6. Determine o intervalo de convergência das seguintes séries de potências e investigue, se possível, a convergência nos extremos deste intervalo:
- (2.0) (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$;
- (2.0) (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$.
7. Considere a série de Taylor: $S = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 2^n x^n$.
- (2.0) (a) Calcule $f^{(1234)}(0)$.
- (2.0) (b) Mostre que $S = \frac{1}{1+2x}$.