



ISEL

Análise Matemática I
Departamento de Engenharia Mecânica
Exame 1 - 26/06/2006

Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a resolução do teste e apresente todos os cálculos que efectuar.

Duração: 1h30m

(2.0) 1. Seja f uma função diferenciável em \mathbb{R} . Mostre que se a e b , $a < b$, são zeros de f , então f' tem um zero em $]a, b[$. (Sugestão: utilize o Teorema de Rolle.)

(2.0) 2. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x) & \text{se } |x| \leq 1 \\ 1 - x & \text{se } |x| > 1 \end{cases}.$$

Indique, justificando, o conjunto de pontos em que f é diferenciável.

(2.0) 3. Sejam f uma função diferenciável em \mathbb{R} e $g(x) = f(e^x)$. Sabendo que $f(1) = 1$ e $f'(1) = 2$, escreva a equação da recta tangente ao gráfico de g no ponto $(0, g(0))$.

(2.0) 4. Determine o domínio e estude as assíntotas ao gráfico da função

$$f(x) = \frac{\arcsin x}{x^2}.$$

(2.0) 5. Escreva o polinómio de Taylor de grau 2 da função $f(x) = \sqrt{1+x}$ em torno do ponto $a = 0$, e utilize-o para calcular um valor aproximado de $\sqrt{1.1}$.

(2.0) 6. Calcule uma primitiva de $f(x) = 3x^5 \ln x^3$.

(2.0) 7. Mostre que a função $F(x) = \int_{\sqrt{x}}^0 \frac{\sin t}{t} dt$ é crescente no intervalo $[\pi^2, 4\pi^2]$.

(2.0) 8. Calcule $\int_e^{e^2} \frac{3 \ln^2 x - 3}{x(\ln^3 x - 3 \ln x)} dx$.

(2.0) 9. Estude a convergência e calcule, se existir, o valor do integral $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x - e^{2x}}{1 + e^{2x}} dx$.

(2.0) 10. Calcule o volume do sólido de revolução obtido pela rotação em torno do eixo dos xx da região limitada por $y = 2x - x^2$, e $y = x$.