



---

Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a sua resolução e apresente todos os cálculos que efectuar.

---

- (2.0) 1. Calcule a área da região delimitada pelas curvas  $y = \frac{1}{x^2}$ ,  $y = -x^2$ ,  $x = 1$  e  $x = 2$ .
- (2.0) 2. Calcule o volume do sólido de revolução gerado pela rotação em torno do eixo dos  $yy$  da região delimitada pelas curvas  $y^2 = x$  e  $2y = x$ .
3. Estude a natureza das seguintes séries numéricas, e quando for possível, calcule a sua soma:

(2.0) (a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n!}$ ;

(2.0) (b)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n-1}}$ ;

(2.0) (c)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ;

(2.0) (d)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n + \ln n}$ .

(2.0) 4. Calcule o raio de convergência da série de potências  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n (1 - 2^{-n-1})$ .

(2.0) 5. Calcule a série de potências da função  $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$  em torno de  $x = 0$ .

(2.0) 6. Considere a série  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 2^n x^n$ . Mostre que  $Pf(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + 2x)$ .

(2.0) 7. Seja  $f(x) = \arcsin x$ . Sabendo que

$$f^{(n+1)}(0) - (n-1)^2 f^{(n-1)}(0) = 0, \quad n = 1, 2, \dots,$$

determine a série de potências de  $f(x)$  em torno de  $x = 0$ .