



Leia atentamente o enunciado antes de iniciar a sua resolução e apresente todos os cálculos que efectuar.

- (2.0) 1. Calcule uma primitiva da função $f(x) = \frac{\sqrt{\ln x}}{x}$.
- (2.0) 2. Utilize o método da primitivação por partes, apresentando todos os cálculos, para obter uma primitiva de $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2} \arctan x$.
- (2.0) 3. Utilize o método da primitivação por substituição, apresentando todos os cálculos, para obter uma primitiva de $f(x) = \frac{1}{x^{1/2} + x^{1/3}}$.
- (2.0) 4. Apresentando todos os cálculos, obtenha uma primitiva da função racional $f(x) = \frac{x-2}{x(x^2+1)}$.
- (2.0) 5. Calcule, apresentando todos os cálculos, $\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+1} dx$.
- (2.0) 6. Calcule, apresentando todos os cálculos, $\int_1^{\ln 2} \frac{1}{e^x(e^x-1)} dx$.
- (2.0) 7. Calcule, apresentando todos os cálculos, $\int_1^2 \ln^2(x) dx$.
- (2.0) 8. Mostre, sem calcular os integrais, que

$$\int_{x^2}^{a^2} (\sqrt{t} + 2) dt = \int_a^x (2 - 2(t+1)^2) dt.$$

- (2.0) 9. Considere a função $F(x) = 3 + \int_1^{1+\sin x} \frac{t}{1+t} dt$. Sem resolver a primitiva, calcule a equação da recta tangente ao gráfico de $F(x)$ no ponto $x = 0$.
- (2.0) 10. Estude quanto à convergência o integral:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{1+x^2} dx.$$