

Encontro Nacional
da Sociedade Portuguesa de Matemática
20 — 23 Junho 2006
Instituto Superior de Engenharia de Lisboa

Comissão Científica Diogo Gomes (IST/UTL)
José Francisco Rodrigues (FC/UL)
Leonel Rocha (ISEL/IPL)
Luísa Mascarenhas (FCT/UNL)
Miguel Abreu (IST/UTL)

Comissão Organizadora Centro de Matemática do ISEL

Horário

20/6
3ª feira

21/6
4ª feira

22/6
5ª feira

23/6
6ª feira

8h30	Entrega de pastas			
9h00	Mini-cursos 1, 2 e 3	Entrega de pastas	P3 Luís Nunes Vicente	P7 Fernando Ferreira
9h30		Sessão de abertura		
10h00			P4 Pedro Freitas	P8 Jorge Buescu
10h30		P1 Henrique Leitão		
11h00	Café		Café	Café
11h30	Mini-cursos 1, 2 e 3	Café	Temáticas I, V, VI, VIII, XI e XII	Temáticas III, VI, VII, X e XII
12h00		P2 Fabio Chalub		
12h30				
13h00	Almoço	Almoço	Almoço	Almoço
13h30				
14h00				
14h30	Mini-cursos 1, 2 e 3	Temáticas I, IV, V, VII e IX	Temáticas III, V, IX, XI e XII	Temáticas II, III, VIII, X e XII
15h00				
15h30				
16h00		Café	Café	Café
16h30	Café	Debate 1	P5 John Ockendon	Debate 2
17h00	Uma conversa com...			
17h30			P6 Rui Loja Fernandes	
18h00	Recepção	Torneio Hex		Encerramento
18h30				
19h00			AG SMP	
19h30				
20h00			Jantar	
20h30				
21h00				
21h30				
22h00				
22h30				

Sessões Plenárias,
Debates,
Uma conversa com... Pedro J. Freitas
e Assembleia Geral da SPM

Todos estes eventos terão lugar no Auditório P (Auditório Principal).

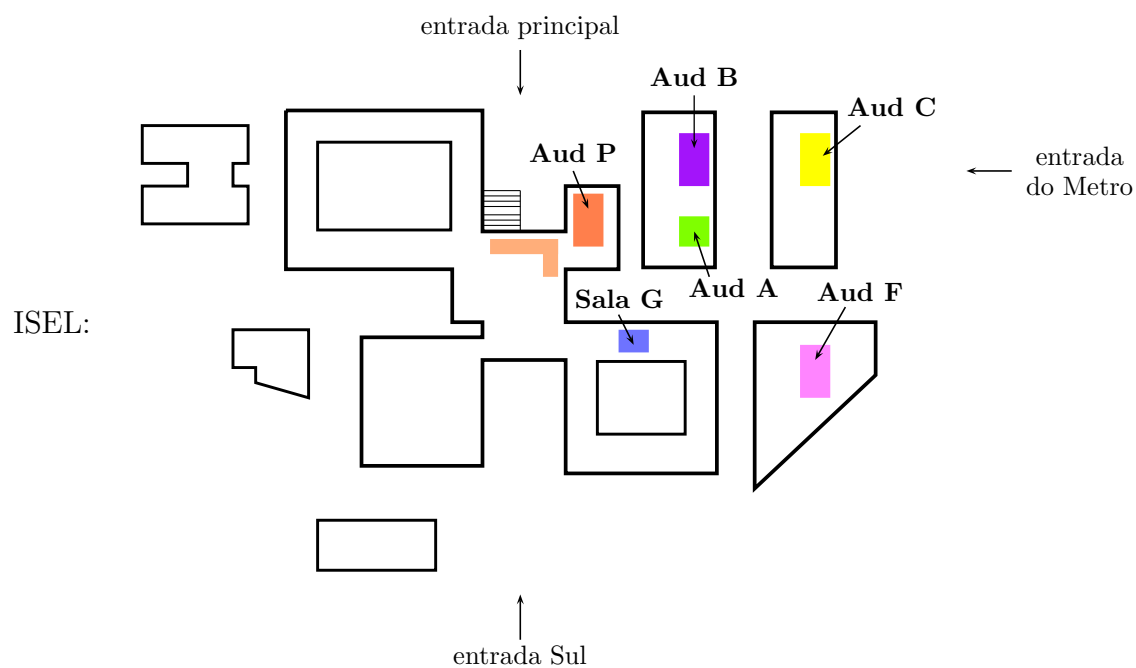
Sessões Temáticas

	<u>21/6</u> 4ª feira					<u>22/6</u> 5ª feira					<u>23/6</u> 6ª feira					
11h30						I	V	VI	VIII	XI	XII	III	VI	VII	X	XII
13h00						AudP	AudC	SalaG	AudB	AudA	AudF	AudB	SalaG	AudC	AudA	AudF
14h30	I	IV	V	VII	IX	III	V	IX	XI	XII	II	III	VIII	X	XII	
16h00	AudA	SalaG	AudB	AudF	AudC	AudB	AudC	SalaG	AudA	AudF	SalaG	AudB	AudC	AudA	AudF	

Torneio de Hex

O Torneio de Hex terá lugar no Átrio Principal do ISEL.

Mapa das salas



- Átrio Principal
- Auditório P – Auditório Principal
- Auditório F – Auditório do DEEA (Edifício F, Piso 2)
- Auditório B – Auditório 6 (Edifício A, Piso 0, junto à CGD)
- Auditório C – Auditório do DEC (Edifício C, Piso 3, Sala C.3.1)
- Auditório A – Auditório dos Audiovisuais (Edifício A, Piso 1)
- Sala G – G.1.4 (Edifício G, Piso 1)

Índice

Sessões Plenárias	1
A História e a Matemática de uma curva notável: a “linha de rumo”, Henrique Leitão	1
Modelação matemática para a evolução de grandes populações, Fabio Chalub	1
Optimizar funções não-lineares em circunstâncias difíceis, Luís Nunes Vicente	2
Tambores, operadores e computadores, Pedro Freitas	2
The globalisation of Mathematics in Industry, John Ockendon	2
A Matemática das simetrias: passado, presente e futuro, Rui Loja Fernandes	3
Em torno do mundo de L. E. J. Brouwer, Fernando Ferreira	3
Sudoku para Matemáticos, Jorge Buescu	4
Sessões Temáticas	5
I – Álgebra	5
Digrafos associados a um semigrupo numérico, Manuel B. Branco . .	5
Separação de vértices com semiespaços complementares num grafo triangulado, Anatolie Sochirca	5
H -decomposições de grafos, Teresa Maria Sousa	6
Teoria da representação de semigrupos finitos, Jorge Almeida	7
Auto-dualidade em espaços matriciais e produtos de duas involuções, Eduardo Marques de Sá	7
The gold rush, João Araújo	8
II – Análise Estocástica	8
Transition functions, free propagators, and Feynman-Kac propaga- tors, Archil Gulisashvili	8
The 2D Euler equations and the statistical transport equations, Fer- nanda Cipriano	9
A fórmula de Itô para o movimento Browniano fraccionário e proces- sos de Bessel fraccionários, João Guerra	9

III – Análise Numérica/Matemática Aplicada	9
Fluidos difusivos e difusivos-reactivos com memória, J. A. Mendes Ferreira	10
Representação de funções usando o SPR, Pedro Pinho	11
Solução numérica de uma equação integral não linear com núcleo singular, Magda Rebelo	12
Métodos de wavelets e multi-escala na resolução das equações de Navier-Stokes, Nelson Faustino	13
Análise matemática e numérica para fluidos viscoelásticos, Nadir Arada	14
Derivada de forma em optimização estrutural, Paula Faria	15
Aplicação do método dos elementos finitos na análise de uma classe de problemas de convecção-difusão, Nuno David Lopes	15
Problemas de fronteira livre singulares para uma classe de equações diferenciais ordinárias, Luísa Morgado	16
Modelação de escoamentos viscosos em domínios finos, Juha Videman	17
Problemas de fronteira periódicos – o método das duas rectas, Ana Moura Santos	18
Modelação matemática em Engenharia Civil. Conceitos fundamentais e aplicações, Sérgio Oliveira	19
IV – Comunicação da Matemática	20
A simetria como instrumento de divulgação matemática, Manuel Arala Chaves	20
Visualização na comunicação da Matemática com hipervídeo, Lara Santos	21
A divulgação da Matemática num centro de investigação, João Nuno Tavares	22
V – Ensino da Matemática	22
Modelos financeiros no ensino secundário: o crédito à habitação, Paulo Antunes	23
Gerar recorrência recorrendo a geradoras, Afonso Bandeira	23
Colisão de petroleiros, Célia Borlido	24
A bela e o monstro: o tao da Matemática, Noémia Simões	24
Transformações de gráficos, substituições e equações polinomiais, António Pereira Rosa	25
Noções básicas de análise com o suporte “algébrico” dos hiper-reais – um exemplo, Filomena Soares	26

MAFIA (MAtemática e FÍsica Atractivas), Eduarda Pinto Ferreira . . .	27
Equações diferenciais na modelação de fenómenos físicos. Métodos numéricos e novas tecnologias, Margarida Oliveira	27
Quantos pêlos tem um gato acabado de nascer?, Dinis Pestana	28
Mais lições do estudo internacional PISA entre os resultados de 2003 e os estudos de 2009 a 2015, Jaime Carvalho e Silva	29
Ensinar grafos no Ensino Secundário: um desafio!, Marília Pires	29
Resultados das provas de aferição e dos exames nacionais do 9ºano: que conclusões tirar?, Carlos Santos	30
VI – Equações com Derivadas Parciais	31
Sobre um modelo de turbulência para as equações de Navier-Stokes, Hugo Beirão da Veiga	31
Análise semiclássica e estimativas dispersivas, Diogo Gomes	32
Uma modulação da equação de Schrödinger não linear derivada, Filipe Oliveira	32
Semi-stable and extremal solutions of reaction equations involving the p -Laplacian, Manel Sanchón	33
Mudança intrínseca de escala para EDPs apresentando uma não- linearidade exponencial, Eurica Henriques	33
Modelação assintótica de uma placa laminada elástico-piezoelectrica, José Carvalho	33
VII – Geometria	35
A sl_3 -homologia de enlacs, Marco Mackaay	35
The topology of the space of symplectic balls in $S^2 \times S^2$, Sílvia Anjos	36
On 2-dimensional homotopy invariants of complements of knotted embedded surfaces in S^4 , João Faria Martins	36
Compactifications of moduli spaces of holomorphic bundles on com- plex surfaces, João Paulo Santos	37
The Ehrhart formula for symbols, Jonathan Weitsman	37
Polytope decompositions, Leonor Godinho	38
Representações de grupos fundamentais de superfícies em grupos de isometria de espaços simétrico hermitianos, Peter Gothen	38
VIII – História da Matemática	39
Bernardino Machado, contemporâneo de Gomes Teixeira, José Fran- cisco Rodrigues	39
Aprender Geometria... jogando às cartas, Marisa Almeida	39

S. F. Lacroix, aproximação de integrais e os fundamentos do Cálculo Integral, João Caramalho Domingues	40
Um programa de acção para a Matemática Moderna: um estudo de caso, José Manuel Matos	40
Lendas da mitologia e outros contos aplicados à matemática no ensino básico e pré-escolar, Carlota Simões	41
Metromachia, um jogo geométrico, Isabel Catarino	41
IX – Investigação Operacional	42
Informação assimétrica no modelo de Stackelberg com bens diferenciados, Fernanda Ferreira	42
Location of multinational firms in asymmetric countries, José Pedro Pontes	42
Competição dinâmica nos preços com incerteza nos custos, Fernanda Ferreira	43
Modelos de optimização em sistemas inconsistentes, Paula Amaral	44
Optimização e controlo da poluição atmosférica com programação semi-infinita, A. Ismael F. Vaz	45
Modelos de localização: reformulação por discretização, Francisco Saldanha da Gama	45
X – Lógica e Computação	46
Caracterizações implícitas e computações paralelas, Isabel Oitavem	46
Demonstrações simples do teorema forte da eliminação do corte, José Carlos Espírito Santo	47
Lógica temporal distribuída para a análise de protocolos de segurança, Carlos Caleiro	48
Algumas limitações fundamentais na resolução numérica de equações diferenciais ordinárias, Daniel Graça	48
Uma imersão do cálculo de predicados, Gilda Ferreira	49
Lógicas de indistinguibilidade para verificação de protocolos criptográficos, Pedro Adão	49
O significado do segundo teorema de incompletude de Gödel para a Matemática, Reinhard Kahle	50
XI – Probabilidades e Estatística	51
Regular variation of functions, with applications in Statistics, Laurens de Haan	51

Um modelo Bayesiano hierárquico no mapeamento físico de cromosomas – aplicação ao mapeamento da bactéria <i>O. oeni</i> , estirpe GM, Maria Antónia Amaral Turkman	51
Valores e vectores próprios numa análise em componentes principais sobre uma matriz de correlações em blocos, Jorge Cadima	53
Testes de quociente de verosimilhanças na selecção de cultivares com índices ambientais L_2 , Iola Pinto	54
Comparação de metodologias de previsão. O caso do rio Paiva, Rui Gonçalves	54
Modelos de comparação com base nas propriedades estatísticas dos documentos, João Ferreira	56
Árvores de decisão em problemas de satisfação de restrições, Nuno Crato	56
XII – Sistemas Dinâmicos/Dinâmica Não Linear	57
Transformações do intervalo associadas a autómatos celulares, M. J. Martinho	57
Produtos tensoriais em dinâmicas de aplicações triangulares, Diana Mendes	57
Uma função de Green singular, Ricardo Roque Enguiça	58
Dinâmica de um sistema não autómato de edos em teoria da coagulação, Rafael Sasportes	58
Linhas críticas e bifurcações locais e globais, Acilina Caneco	59
Exemplos de ciclos e redes heteroclínicos em sistemas de equações diferenciais com simetria, Alexandre Rodrigues	59
Sincronização com ligação unidireccional de sistemas dinâmicos caóticos, Rosário Laureano	60
Renormalização e dinâmica simbólica em sistemas dinâmicos unidimensionais, Luís Ferreira da Silva	60
Um formalismo de redes eléctricas e de matróides orientados para os fenómenos não-lineares, J. Sousa Ramos	61
Dinâmica de estratégias de investimento em competições do tipo Cournot, Alberto Adrego Pinto	61
Sobre a dinâmica do Hénon conservativo, Jorge Rocha	62
Modelos matemáticos na epidemiologia do século XXI, Gabriela Gomes	63
Fractais e outras coisas mais nas iterações de isometrias, Miguel Mendes	64

Sessões Plenárias

P1 A História e a Matemática de uma curva notável: a “linha de rumo”

Henrique Leitão (CHC/UL)

leitao@cii.fc.ul.pt

Em meados do século XVI o matemático português Pedro Nunes (1502-1578) propôs e estudou uma nova curva, a que chamou “linha de rumo” (que, mais tarde, passou a ser designada por “curva loxodrómica”). Trata-se de um certo tipo de espiral inscrita numa superfície esférica. É uma curva muito mais complicada e de comportamento muito mais subtil do que aquelas que eram conhecidas e estudadas desde a Grécia antiga. As dificuldades com esta nova curva não são apenas técnicas, mas também conceptuais, o que levantou importantes problemas na matemática quinhentista. Nesta conferência apresentaremos esta história mostrando como, pelas suas concepções inovadoras e pelos seus contributos, Pedro Nunes merece um lugar na história das curvas matemáticas.

P2 Modelação matemática para a evolução de grandes populações

Fabio Chalub (FCT/UNL)

chalub@fct.unl.pt

Um modelo de uma população em evolução biológica deve incluir a selecção natural mas também fenómenos aleatórios. O nosso ponto de partida será a teoria de jogos para populações finitas e a partir daí obteremos modelos contínuos que funcionam como boa aproximação para populações muito grandes. Tais modelos consistem em equações com derivadas parciais para a fracção de mutantes em uma população, onde a difusão modela a deriva genética (acaso) e a convecção modela a selecção natural. Ambos os coeficientes são degenerados (iguais a zero na fronteira), o que introduz sérias complicações do ponto de vista matemático.

P3 Optimizar funções não-lineares em circunstâncias difíceis

Luís Nunes Vicente (FCT/UC)

lnv@mat.uc.pt

É frequente encontrar problemas em que a informação sobre a função a otimizar é escassa ou sujeita a erros. Os valores de funções resultantes de experiências laboratoriais ou simulações computacionais complexas estão sujeitos a erros de natureza diversa. Por vezes, não é possível, conhecer, de antemão, o domínio destas funções. Na grande maioria destas aplicações, não se encontram disponíveis valores para as derivadas das funções, as quais podem apresentar não-suavidades de diferentes formas.

Este tipo de problemas recebe, desde longa data, atenção na comunidade de engenharia, mas a sua importância recente está associada à maior complexidade e interdisciplinaridade dos modelos matemáticos. Foi só no começo da década de noventa que a comunidade de optimização se começou a interessar pela “optimização sem derivadas”.

É possível, actualmente, apresentar a optimização sem derivadas com rigor, estabelecendo propriedades de convergência global e relacionando as várias classes de métodos, numa tentativa de depurar o que de essencial as caracteriza. Procuraremos, nesta palestra, apresentar, de forma auto-contida, os conceitos fundamentais da optimização sem derivadas. Serão apresentados exemplos e questões em aberto.

P4 Tambores, operadores e computadores

Pedro Freitas (GFM/UL, FMH/UTL)

freitas@cii.fc.ul.pt

Nesta sessão apresentaremos uma evolução do estudo do espectro do Laplaciano que será utilizada como pretexto para abordar alguns aspectos da Matemática contemporânea, e as mudanças que ocorreram no modo de fazer investigação em Matemática ao longo do último século. Focaremos, entre outros, aspectos como sejam a interdependência entre as várias áreas, a relação com as outras ciências, e a utilização de computadores.

P5 The globalisation of Mathematics in Industry**John Ockendon** (OCIAM/University of Oxford)

ock@maths.ox.ac.uk

This talk will describe the increasing use of mathematics to help understand problems from around the world. Much of this activity opens up new areas of mathematical research, and some of these will be highlighted in the area of differential equations.

P6 A Matemática das simetrias: passado, presente e futuro**Rui Loja Fernandes** (IST/UTL)

rfern@math.ist.utl.pt

A noção de simetria desempenha um papel central nos mais variados ramos da Matemática, encontrando ainda aplicações em muitas outras Ciências e nas Artes. Todos nós temos uma ideia intuitiva do que é simetria, mas em Matemática é possível dar definições precisas desta noção. Nesta palestra faremos uma pequena viagem no tempo pelas várias abordagens matemáticas à noção de simetria, desde o passado até aos nossos dias e com um olhar no futuro.

P7 Em torno do mundo de L. E. J. Brouwer**Fernando Ferreira** (FC/UL)

ferferr@cii.fc.ul.pt

L. E. J. Brouwer (1881-1966) foi um importante topologista mas também é conhecido por ser o fundador da escola intuicionista em Matemática. Numa primeira fase, o intuicionismo de Brouwer girou em torno duma visão construtivista da matemática e duma consequente crítica ao princípio do terceiro excluído. Nesta fase o intuicionismo pode considerar-se um sub-sistema da matemática clássica. Porém, a partir de 1917, Brouwer introduz a noção intuicionista de “sequência de escolha” para lidar com o continuum real e, com ela, admite certos princípios reguladores. Estes princípios refutam algumas leis da lógica clássica. Nesta segunda fase, o intuicionismo Brouweriano entra em contradição com a matemática clássica.

É notável que as ideias de Brouwer, apesar de tão radicais e estranhas, são (tanto quanto é possível avaliar) consistentes. Nesta palestra, apresentaremos uma nova interpretação em Teoria da Demonstração que refuta certas leis da lógica clássica

e que valida o princípio FAN de Brouwer ainda que uma classe importante de consequências seja constituída por verdades clássicas. A nova interpretação difere do intuicionismo Brouweriano, mas ilustra a existência de mundos matemáticos não clássicos com propriedades insuspeitas.

Interpretações aparentadas à que apresentamos têm jogado ultimamente um papel importante em “Proof Mining”, a recente disciplina que procura extrair informação computacional de demonstrações clássicas em Matemática (especialmente em Análise Funcional Numérica).

P8 Sudoku para Matemáticos

Jorge Buescu (IST/UTL)

`jbuescu@math.ist.utl.pt`

Ao longo do último ano a febre do Sudoku tomou conta do Mundo inteiro; hoje em dia não há jornal que não publique o seu problema diário de Sudoku. Mas será o Sudoku Matemática? Duas respostas simplistas que se ouvem com frequência são (1) “sim, porque tem números”; (2) “não, porque os números não estão lá a fazer nada”. Nesta palestra tentarei mostrar porque é que ambas as respostas estão erradas, revelando um pouco da Matemática por trás do jogo.

Sessões Temáticas

Área temática **I – Álgebra**

Organização **João Queiró** (FCT/UC)

Sessão 1 21/06, 14h30 – 16h, Auditório A

I-1-1 Digrafos associados a um semigrupo numérico

Manuel B. Branco (DM/UE)

mbb@uevora.pt

Estudamos digrafos associados às classes dos semigrupos numéricos com um dado número de Frobenius. O nosso principal objectivo é estudar o grau dos vértices destes digrafos. Em particular obtemos alguns resultados relativos aos vértices extremos, fontes e sumidouros.¹

I-1-2 Separação de vértices com semiespaços complementares num grafo triangulado

Anatolie Sochirca (ACM e DEETC/ISEL/IPL)

asochirca@deetc.isel.ipl.pt

Um aspecto actual da construção de analogias discretas de convexidade ordinária é o problema das investigações da noção de d -convexidade em grafos. Uma analogia métrica da noção de convexidade ordinária é d -convexidade. Como se sabe, o conjunto M no espaço métrico (X, d) chama-se d -convexo, se para quaisquer pontos $x, y \in X$, ele contenha na totalidade o segmento métrico

$$\langle x, y \rangle = \{z \in X : d(x, z) + d(z, y) = d(x, y)\}.$$

¹Trabalho conjunto com C. Correia Ramos (DM/UE).

Particularmente, se o espaço métrico considerado é um grafo ordinário e conexo G com a métrica estandardizada $d(x, y)$, então o conjunto de vértices M de G é d -convexo, se para quaisquer vértices $x, y \in M$, M contenha todas as cadeias mais curtas que unem os vértices x e y em G .

Os teoremas de separabilidade dos conjuntos convexos com hiperplanos ou semi-espacos complementares são um instrumento importante na análise convexa e nas suas aplicações. Neste artigo, os grafos triangulados são considerados como espaços no estudo das propriedades da d -convexidade, porque a d -convexidade aparece neles num modo natural, tem as propriedades aproximadas da convexidade ordinária nos espaços lineares e é ligada a estrutura do grafo.

Lembramos que o grafo G diz-se triangulado, se em qualquer ciclo C com comprimento maior de três, alguns dois vértices não adjacentes do C sejam unidos em G com uma aresta.

Qualquer conjunto d -convexo $A \subset X$, cujo complemento $X \setminus A$ é d -conexo diz-se semiespaço do grafo G .

Dizemos que os conjuntos $C, D \subset X$ são separáveis, se existir um semiespaço $A \subset X$, tal que $C \subset A$, $D \subset X \setminus A$.

Neste artigo analisam-se as condições de separabilidade dos vértices num grafo triangulado com semiespaços complementares d -convexos. Foram obtidos resultados preliminares utilizados na demonstração do:

Teorema. *As seguintes condições são equivalentes:*

- 1) *quaisquer vértices $a, b \in X$ são separáveis;*
- 2) *quaisquer vértices adjacentes $a, b \in X$ são separáveis;*
- 3) *o grafo G não contém subgrafos isométricos aos grafos dum conjunto constituído por 41 grafos ou aos grafos obtidos deles, aplicando a operação $O(m+n, X_1, (x, y), X_2, (z, u), X_3)$, com $m, n \in \mathbb{N}$.*

I-1-3 H -decomposições de grafos

Teresa Maria Sousa (Tepper School of Business/Carnegie Mellon University/USA e DM/FCT/UNL)
dtmj@andrew.cmu.edu

Dados dois grafos G e H , uma H -decomposição do grafo G é uma partição das suas arestas de modo a que cada parte seja ou uma aresta ou um grafo isomorfo

a H . Apenas partições são consideradas, ou seja, cada aresta de G aparece em precisamente uma parte. Denote-se por $\phi_H(n)$ o menor número ϕ de modo a que qualquer grafo G com n vértices admita uma H -decomposição com um máximo de ϕ elementos.

Dado H , o valor exacto da função $\phi_H(n)$ é ainda um problema em aberto. Erdős, Goodman e Pósa (1966) determinaram $\phi_{K_3}(n)$, onde K_r denota o grafo completo (clique) com r vértices. Este resultado foi estendido por Bollobás (1976) ao determinar $\phi_{K_r}(n)$, para todo $r \geq 4$.

Nesta palestra apresenta-se o valor assintótico da função $\phi_H(n)$ para qualquer grafo H e ainda valores exactos no caso em que H é o ciclo de comprimento 5 ou uma extensão de clique. Para $r \geq 3$ uma extensão de clique de ordem $r + 1$ é um grafo conexo que consiste num K_r mais um vértice adjacente no máximo a $r - 1$ vértices de K_r . O objectivo principal desta palestra será o de tornar os ouvintes familiares com o problema de decomposições de grafos bem como com os métodos utilizados na sua resolução. ²

Sessão 2 22/06, 11h30 – 13h, Auditório P

I-2-1 Teoria da representação de semigrupos finitos

Jorge Almeida (CMUP e UP)

jalmeida@fc.up.pt

Estendendo resultados de Rhodes para o caso de representações complexas, é caracterizada a congruência associada à soma directa de todas as representações irreduzíveis de um semigrupo finito sobre um corpo arbitrário. Este trabalho admite diversas aplicações, desde a teoria da representação às teorias das linguagens racionais e autómatos finitos. ³

²Trabalho conjunto com Oleg Pikhurko (Dep. of Mathematical Sciences/Carnegie Mellon University/USA).

³Trabalho conjunto com S. Margolis, B. Steinberg e M. Volkov.

I–2–2 Auto-dualidade em espaços matriciais e produtos de duas involuções

Eduardo Marques de Sá (CMUC e UC)

emsa@mat.uc.pt

Descrevem-se as matrizes definidas positivas que têm determinadas propriedades de auto-dualidade definidas à custa de normas, e generaliza-se essa descrição a matrizes hermiticas satisfazendo certas equações algébricas.

I–2–3 The gold rush

João Araújo (CAUL e Univ. Aberta)

mjoao@ptmat.fc.ul.pt

Onde será revelada a localização exacta de uma mina (praticamente esquecida) na Teoria de Semigrupos, mas que subitamente começou a atrair garimpeiros de todo o mundo e com vasta experiência nas minas da Geometria Algébrica, Álgebra Universal e Teoria de Grupos.

Em 30 minutos vamos conhecer incontáveis problemas, para os quais daremos contáveis soluções.

Área temática II – Análise Estocástica

Organização **Ana Bela Cruzeiro** (GFMUL e IST/UTL)

Sessão 1 23/06, 14h30 – 16h, Sala G

II–1–1 Transition functions, free propagators, and Feynman-Kac propagators

Archil Gulisashvili (Dep. Mathematics Ohio University)

guli@math.ohiou.edu

Propagators are two-parameter families of linear operators satisfying the “flow” conditions. They arise in probability theory, partial differential equations, and mathematical physics. Important examples of propagators are free backward

propagators generated by transition probability functions and backward Feynman-Kac propagators associated with time-dependent measures from non-autonomous Kato classes. The theory of Feynman-Kac propagators has many similarities with the theory of Schrödinger semigroups with Kato class potentials. We will explain how to construct Feynman-Kac propagators in the case of a progressively measurable non-homogeneous Markov process and discuss the inheritance of various properties of free propagators by their Feynman-Kac perturbations.

II-1-2 The 2D Euler equations and the statistical transport equations

Fernanda Cipriano (Grupo de Física-Matemática da UL e DM/FCT/UNL)
cipriano@cii.fc.ul.pt

We prove the existence of weak solutions for the forward and backward statistical transport equations associated with the 2D Euler equations. Such solutions can be interpreted, respectively, as a statistical Lagrangian and a statistical Eulerian description of the motion of the fluid.

II-1-3 A fórmula de Itô para o movimento Browniano fraccionário e processos de Bessel fraccionários

João Guerra (DM/ISEG/UTL)
jguerra@iseg.utl.pt

Consideramos a fórmula de Itô para o integral divergência definido relativamente ao movimento Browniano fraccionário. Aplicamos esta fórmula e obtemos uma representação integral para os processos de Bessel fraccionários. Esta representação integral é comparada com a representação integral associada aos processos de Bessel standard.

Área temática **III – Análise Numérica/Matemática
Aplicada**

Organização **Luís Trabucho** (FC/UL)

Sessão 1 22/06, 14h30 – 16h, Auditório B

**III-1-1 Fluidos difusivos e difusivos-reactivos com
memória**

J. A. Mendes Ferreira (DM/FCT/UC)

ferreira@mat.uc.pt

As equações de derivadas parciais (EDPs) parabólicas têm sido largamente utilizadas na modelação de fenómenos físicos, biológicos, químicos, etc. Apesar das hipóteses simplificadoras que são impostas ao problema físico, o estudo analítico do modelo matemático complementado com a sua simulação computacional, muito tem contribuído para o entendimento, previsão e controlo do fenómeno físico subjacente.

No entanto algumas das simplificações inicialmente consideradas no problema físico podem conduzir a modelos matemáticos cujas soluções apresentam comportamentos não físicos. Por exemplo, no estudo de fluidos difusivos, a clássica equação do calor, estabelecida a partir da lei de Fourier, conduz a uma solução em que uma alteração local é instantaneamente sentida em todo o domínio. Esta propriedade não é característica do modelo físico subjacente ao modelo matemático mas sim induzida por este último. Um outro exemplo significativo surge no estudo de certos fluidos difusivos-reactivos. A clássica equação de Fisher, estabelecida a partir da lei de Fick, tem como solução, num enquadramento funcional adequado, uma onda que se propaga com velocidade proporcional à velocidade da reacção. Assim, quando a última se torna arbitrariamente grande, a propagação da onda é também arbitrariamente grande. Esta propriedade do modelo matemático contraria o comportamento do modelo físico.

O comportamento dos dois últimos modelos matemáticos levantou a necessidade de repensar as simplificações impostas ao modelo físico, nomeadamente, a lei de Fourier (no contexto da propagação do calor) e a lei de Fick (no contexto dos fluidos difusivos-reactivos), tendo surgido na literatura um certo número de alterações às leis anteriores em que o processo de transporte, baseado apenas em difusão, foi modelado através da utilização de um termo integral – um *termo de memória*.

Deste modo, os dois modelos matemáticos anteriores são substituídos por modelos representados por equações integro-diferenciais que são objecto de estudo neste trabalho.

III-1-2 Representação de funções usando o SPR

Pedro Pinho (DEETC/ISEL/IPL)

ppinho@deetc.isel.ipl.pt

O método de representação esparsa de pontos (SPR) é uma técnica de adaptabilidade espacial utilizada para resolução numérica de equações diferenciais parciais evolutivas cujas soluções são suaves na maior parte do domínio mas também possuem regiões não suaves localizadas associadas a choques ou singularidades [1, 2, 3, 4]. Nessa representação são utilizados algoritmos de decomposição e reconstrução que utilizam a transformada wavelet interpolatória em multiníveis. Os coeficientes wavelets de tal transformada possuem valores mais significativos nas regiões onde as soluções são mais irregulares. A ideia principal desse método é representar as soluções em uma malha menos refinada uniforme acrescida de um conjunto de pontos associados as posições espaciais onde a solução apresenta as estruturas localizadas. Esse conjunto de pontos é definido por meio da eliminação dos coeficientes wavelets menores que um certo parâmetro de truncamento a ser definido. A partir dessa representação procede-se à diferenciação dos operadores espaciais usando o método de diferenças finitas. Neste trabalho são estudadas as representações de um conjunto de soluções típicas das Equações de Maxwell e das Equações de água rasa analisando-se as relações entre o grau de esparsidade, estrutura multinível da representação e o parâmetro de truncamento. Esse estudo faz parte da avaliação das estratégias de otimização e escolha das estruturas de dados do método SPR.⁴

Referências

- [1] Holmström, M., “Wavelet Based Methods for Time Dependent PDEs”, PhD Thesis, University of Uppsala, 1997
- [2] Holmström, M., *Solving Hyperbolic PDEs Using Interpolating Wavelets*, SIAM-JSC, **21** 2, 405-420, 1999
- [3] Domingues, M. O., *Análise Wavelet na Simulação Numérica de Equações*

⁴Trabalho conjunto com M. O. Domingues (LAC/INPE), S. Gomes (IMECC/UNICAMP), J. Rocha Pereira (DET/UA), P. J. S. Ferreira (IEETA/UA) e A. Gomide (IC/UNICAO). Os autores agradecem ao programa CAPES-GRICES pelo suporte financeiro a este trabalho de pesquisa.

Diferenciais Parciais com Adaptabilidade Espacial, UNICAMP, Campinas, SP, Outubro 2001.

[4] Pinho, P. R. T., “Resolução das equações de Maxwell por análise multiresolução usando wavelets interpolatórias”, Tese de Doutorado, Universidade de Aveiro, Dezembro 2004.

III-1-3 Solução numérica de uma equação integral não linear com núcleo singular

Magda Rebelo (DM/FCT/UNL)

msjr@fct.unl.pt

Neste trabalho é considerada uma equação integral não linear, obtida por Lighthill [1], a qual descreve a distribuição da temperatura da superfície de um projectil em movimento, através de uma camada limite laminar

$$F(z)^4 = -\frac{1}{2\sqrt{z}} \int_0^z \frac{F'(s)}{\left(z^{\frac{3}{2}} - s^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}} ds \quad (1)$$

onde $F(0) = 1$ $F(t) \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$. Em [2] foi aplicada uma fórmula de inversão de Abel a (1) e à equação transformada foram aplicados métodos do tipo integração produto. Recentemente, através de uma mudança de variável apropriada, transformou-se a equação (1) numa equação de Volterra com um núcleo singular do tipo de Abel

$$y(t) = 1 - \frac{3}{\pi} \int_0^t \frac{s^{\frac{1}{3}} f(s)^4}{(t-s)^{\frac{2}{3}}} ds \quad (2)$$

cuja solução foi aproximada por métodos do tipo integração produto baseados em interpolação polinomial ([3],[4]). Devido à singularidade na origem, há uma perda das ordens óptimas de convergência. Os resultados numéricos sugerem ordem de convergência global 1/3, independentemente do grau dos polinómios. Em [3] e [4] este resultado foi provado teoricamente para os métodos de Euler e Trapézios.

Neste trabalho são apresentados métodos numéricos aplicados directamente à equação (1), baseados no uso de funções seccionalmente polinomiais para aproximar y' .⁵

Referências

⁵Trabalho conjunto com Teresa Diogo (CMA/IST/UTL).

[1] J.M. Lighthill, *Contributions to the theory of heat transfer through a laminar boundary layer*, Proc. Roy. Soc. London, vol **202A** (1950) 359-377.

[2] N.B. Franco, S.McKee and J. Dixon, *A numerical solution of Lightill's equation for the surface temperature distribution of a projectile*, Mat. Apl. Comput. **2** (1983) 257-271.

[3] T. Diogo, P. Lima, M. Rebelo, *Numerical solution of a nonlinear Abel type Volterra integral equation*, Commun. App. Anal. **5** (2006), 277-288.

[4] T. Diogo, P. Lima, M. Rebelo, *Computational methods for a nonlinear Volterra integral equation*, Proceedings of the 7th Hellenic European Conference on Computer Mathematics and its Applications (HERCMA 2005), Athens, 22-24 September 2005, HERCMA Conference Series, LEA Publishers, ISBN: 960-87275-8-8, pages 100-107.

III-1-4 Métodos de wavelets e multi-escala na resolução das equações de Navier-Stokes

Nelson Faustino (DM/Univ. de Aveiro)

nfaust@mat.ua.pt

Na última década os métodos de wavelet (ôndulas/ondículas) e multi-escala têm sido aplicados com sucesso a equações elípticas que envolvam operadores diferenciais tais como a equação de Stokes. Em particular, a mudança do problema de Stokes para um problema de *saddle point* é muito útil para uma posterior resolução numérica. Uma teoria bem estabelecida nesta área pode ser encontrada em [4].

Um dos maiores problemas prende-se com a extensão destas técnicas para equações com derivadas parciais não-lineares tais como as equações de Navier-Stokes. Alguns desses problemas consistem na computação do termo convectivo em cada iteração, estabilidade e o condicionamento do esquema numérico.

Nesta palestra irá ser apresentado um esquema numérico baseado no método de Wavelet-Galerkin para as equações de Navier-Stokes estacionárias. Para contornar os problemas que envolvem a computação do termo não convectivo, iremos aplicar regras de quadratura baseadas em wavelets interpoladoras, c.f. [1, 3].

Finalmente, iremos aplicar o método de Newton para aproximar a solução exacta em cada subespaço de aproximação e desenvolver um condicionador não-linear que generaliza o trabalho desenvolvido em [7]. Especial ênfase irá ser dado à convergência do esquema numérico e à apresentação de exemplos numéricos.

Referências

- [1] P. Cerejeiras, S. Dahlke, U. Kähler, M. Lindemann, M.J. Soares, G. Teschke and M. Zhariy, *A Wavelet Galerkin Scheme for Nonlinear Elliptic Partial Differential Equations*, IKM Proceedings, Weimar, 2003.
- [2] A. Cohen, A. Dahmen, R. DeVore, *Adaptive Wavelet Methods II-Beyond the Elliptic Case*, Found. Comput. Math. **2** (2002), 203-245.
- [3] S. Dahlke, K. Gröchenig, and P. Maass, *A new approach to interpolating scaling functions*, Appl. Anal. **72**(2-3) (1999), 485-500.
- [4] W. Dahmen, *Wavelets and multiscale methods for operator equations*, Acta Numerica 1997, **6** 55-228.
- [5] W. Dahmen, A. Kunoth, K. Urban, *A Wavelet-Galerkin Method for the Stokes Equations*, Computing **56**, No. 3, 1996, 259-302.
- [6] W. Dahmen, K. Urban, J. Vorloeper, *Adaptive Wavelet Methods – Basic Concepts and Applications to the Stokes Problem*, in: Wavelet Analysis, D.-X. Zhou (ed.), World Scientific, New Jersey, 2002, 39-80.
- [7] A. Kunoth, *Multilevel Preconditioning – Appending Boundary Conditions by Lagrange Multipliers*, Adv. Comput. Math. **4**, (1995), 145-170.

Sessão 2 23/06, 11h30 – 13h, Auditório B

III–2–1 **Análise matemática e numérica para fluidos viscoelásticos**

Nadir Arada (DM/IST/UTL)
anadir@math.ist.utl.pt

Existem inúmeros exemplos de fluidos com estrutura complexa que não obedecem à lei de Newton da viscosidade e cujos escoamentos não são modelados pelas equações de Navier-Stokes. Estes fluidos apresentam uma resposta não-linear à presença de tensões e designam-se em geral por fluidos não-Newtonianos. A diferença no comportamento em relação aos fluidos Newtonianos manifesta-se especialmente na presença de efeitos de viscoelasticidade.

Os modelos matemáticos associados ao escoamento de fluidos complexos dão origem a sistemas de equações com derivadas parciais fortemente não-lineares de tipo misto elíptico-hiperbólico ou parabólico-hiperbólico, cuja análise matemática requer

o uso de técnicas específicas. Os métodos numéricos utilizados na discretização devem ser adaptados à estrutura complexa do problema. Para a sua resolução recorre-se em geral a métodos iterativos baseados em argumentos de ponto fixo, utilizando estratégias numéricas que deverão estar intimamente ligadas à escolha desses métodos.

Apresenta-se resultados relacionados com um modelo de fluidos não-Newtonianos viscoelásticos incompressíveis de tipo Oldroyd-B. Analisam-se escoamentos estacionários para este modelo e alguns resultados numéricos correspondentes.

III–2–2 Derivada de forma em optimização estrutural

Paula Faria (ESTG/IP de Leiria e CMAF/UL)

pfaria@estg.ipleiria.pt

Para encontrarmos a melhor forma de um domínio no sentido deste minimizar uma determinada função objectivo é necessário o cálculo da derivada de forma da função objectivo relativamente à forma do domínio. Para isso começamos por introduzir o problema modelo em conductividade térmica e elasticidade linear e as condições que garantem a existência e unicidade de solução do problema variacional associado. Apresentamos também o conjunto dos domínios admissíveis que conduzirá à definição de uma noção de derivação em relação ao domínio e alguns resultados de existência de um domínio óptimo.

Neste trabalho apresentamos as ideias essenciais para deduzir a derivada de forma de uma classe de funções objectivo seguindo o método de F. Murat e J. Simon. Mostramos também um exemplo numérico de optimização de forma de uma consola em elasticidade linear a duas dimensões, utilizando elementos finitos.

III–2–3 Aplicação do método dos elementos finitos na análise de uma classe de problemas de convecção-difusão

Nuno David Lopes (ACM e DEC/ISEL/IPL)

nlopes@dec.isel.ipl.pt

Mostram-se neste trabalho alguns resultados teóricos bem como a implementação numérica de um modelo bidimensional usado para simular a propagação de um poluente no estuário de um rio. Escolheu-se como domínio para as simulações numéricas o estuário do rio Tejo. O modelo referido é baseado na equação de convecção-difusão

seguinte:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - k \Delta \phi + \nabla \cdot (\nu \phi) = f - d\phi$$

onde $k > 0$, $d > 0$ e ν são designados respectivamente por coeficiente de difusão, coeficiente de dissipação e velocidade de convecção. Uma aplicação deste modelo pode ser vista em [1].

Para a implementação computacional do modelo construiu-se um programa (*femXt*) baseado no método dos elementos finitos para as variáveis espaciais, com elementos triangulares e aproximação por polinómios \mathbb{P}_1 , e no método das diferenças finitas para a variável temporal, nomeadamente o esquema de Crank-Nicolson, que pode ser visto, por exemplo, em [2] e [3].

A solução dada pelo esquema implementado nem sempre é fisicamente aceitável. Nestas condições, reduz-se o estudo a uma classe de problemas em que a difusão é dominante, isto é, o coeficiente de difusão é escolhido de forma a ser “muito maior” do que a velocidade de convecção.

No final do trabalho mostram-se exemplos de execução do programa *femXt*. Em primeiro lugar testa-se o programa num problema para o qual é conhecida a solução exacta. De seguida aplica-se o modelo a uma aproximação do estuário do rio Tejo. Consideram-se o caso bidimensional e o caso tridimensional num regime de águas pouco profundas. Desta forma, o caso tridimensional pode reduzir-se, de forma simples, ao caso bidimensional.

Referências

- [1] Diaz, J. I., “The Mathematics of Models for Climatology and Environment”, ed., Springer-Verlag, (1997).
- [2] Ern, A. e Guermod, J.-L., “Eléments finis: théorie, applications, mise on ouvre”, Springer-Verlag, (2002).
- [3] Pironneau, O., “Finite Element Methods for Fluids”, Masson, (1992).

III–2–4 Problemas de fronteira livre singulares para uma classe de equações diferenciais ordinárias

Luísa Morgado (DM/UTAD)

luisam@utad.pt

Consideremos a seguinte equação diferencial ordinária não linear de segunda ordem:

$$y'' + \frac{N-1}{x} y' + f(y) = 0, \quad 0 < x < +\infty, \quad (1)$$

onde $N \geq 2$, e $f(y) = ay^q - by^p$, $0 \leq p < q \leq 1$, $a, b > 0$. Procuramos um valor finito de $M > 0$ e uma solução y de (1) que satisfaça

$$y(x) > 0, \quad 0 < x < M, \quad y'(0) = 0, \quad y(M) = y'(M) = 0, \quad (2)$$

Este tipo de problemas surge quando se procuram soluções radiais da equação elíptica $\Delta y = -f(y)$ numa bola $B(0, M) \subset \mathbb{R}^N$, e tem várias aplicações em física, nomeadamente na física do plasma. Em [3], o problema (1)-(2) com $p = 0$, $q = \frac{1}{2}$, $a = 5.9$, $b = 0.2066$ e $N = 2$ foi proposto como modelo para descrever o equilíbrio de um plasma num campo magnético, e constitui a motivação para o presente trabalho. O problema da existência e unicidade de um ponto $M > 0$ e uma solução positiva do problema (1)-(2) foi tratado por Kaper e Kwong em [1]. Tendo em vista obter aproximações da solução do problema (1)-(2), singular em $x = 0$, iremos adaptar a este caso os resultados obtidos em [2]. Em particular, iremos utilizar os desenvolvimentos em série da família uniparamétrica de soluções que satisfazem a condição imposta na origem. Para determinar o valor de M e a solução que satisfaz as condições (2) são introduzidos novos métodos iterativos.⁶

Referências

- [1] H. G. Kaper, M. K. Kwong, *Free boundary problems for Emden-Fowler equations*, Diff. Int. Eqs, **3**,(1990), 353-362
- [2] P. Lima and L. Morgado, *Numerical approximation of singular boundary value problems for a nonlinear differential equation*, submitted to the Proceedings of Equadiff 11.
- [3] G. Miller, V. Faber, and A. B. White, Jr., *Finding Plasma Equilibria with magnetic islands*, J. Comput. Phys., **79**, (1998), 417-435.

Sessão 3 23/06, 14h30 – 16h, Auditório B

III-3-1 Modelação de escoamentos viscosos em domínios finos

Juha Videman (DM/IST/UTL e CEMAT)

videman@math.ist.utl.pt

⁶Trabalho conjunto com P. Lima (DM/IST/UTL).

Um domínio fino pode ser definido como um domínio tri ou bidimensional em que a espessura $h > 0$ é muito mais pequena do que a longitude característica noutras direcções, e que tal pode ser considerada como um parâmetro.

Neste trabalho consideramos a modelação de um escoamento viscoso e incompressível num domínio fino. Expandindo a solução numa série assintótica em função de h , obtemos uma série de problemas modelo através dos quais a solução pode ser aproximada. Estimativas do erro estabelecidas em normas de Sobolev e Hölder provam a convergência da aproximação para a solução do problema original quando $h \rightarrow 0$. Demonstramos ainda que a ordem de convergência é optimal.⁷

III-3-2 Problemas de fronteira periódicos – o método das duas rectas

Ana Moura Santos (DM/IST/UTL)

amoura@math.ist.utl.pt

Problemas de difracção de ondas electromagnéticas (ou acústicas) por grelhas periódicas infinitas com espaçamentos diferentes da largura das tiras são problemas para os quais a teoria de Fredholm e de invertibilidade não foi ainda completamente desenvolvida. Estas configurações geométricas, a que iremos chamar grelhas periódicas encontram-se em muitas aplicações recentes, tanto em difracção óptica, como em radiofísica.

No presente trabalho o objectivo consistiu em desenvolver a teoria de Fredholm dos operadores associados aos problemas de fronteira-transmissão periódicos, independentemente do período da grelha.

Os problemas de fronteira-transmissão periódicos associam-se a operadores de tipo de convolução com núcleo matricial periódico da forma

$$\begin{aligned} T & : [\tilde{H}^{1/2-\epsilon}(J)]^2 \rightarrow [\tilde{H}^{1/2-\epsilon}(J)]^2 \\ & \phi \quad \longmapsto \sum_{n \in \mathbb{Z}} \chi_J(\mathcal{F}^{-1}(E^{2bn}\Phi_2) * \phi) \end{aligned}$$

em que χ_J representa a função característica do intervalo $J =]-a, a[$, sendo a a largura de cada tira, $2b = \tau$ é o período da grelha, $E^\nu(\xi) = e^{i\nu\xi}$ e Φ_2 representa um símbolo matricial de Fourier contínuo por troços.

Fazendo uso de relações de equivalência e de factorização operatoriais, os operadores T associados aos problemas de difracção são relacionados com operadores de Toeplitz em contornos compostos. As propriedades de Fredholm dos primeiros são assim estudadas a partir das propriedades de Fredholm destes últimos operadores.

⁷Trabalho conjunto com Serguei A. Nazarov (St. Petersburg).

Na apresentação focar-se-ão dois casos particularmente interessantes do ponto de vista das aplicações: o problema de difracção periódico com derivadas oblíquas e o problema periódico de Neumann. Para estes dois problemas são deduzidos critérios e índices de Fredholm.⁸

III–3–3 Modelação matemática em Engenharia Civil. Conceitos fundamentais e aplicações.

Sérgio Oliveira (Núcleo de Modelação Matemática e Física/LNEC
e DEC/ISEL/IPL)
soliveira@lnec.pt

Em Engenharia Civil surgem frequentemente problemas cuja resolução exige o domínio de alguns conceitos de matemática fundamentais, como, por exemplo, os que estão envolvidos no âmbito do tema da resolução de equação diferenciais por métodos numéricos. O cálculo estrutural de uma ponte, de uma barragem, de um edifício ou de uma simples viga, baseia-se sempre no estabelecimento e resolução de uma equação diferencial. Na prática, em engenharia de estruturas recorre-se a sofisticados programas de análise estrutural que resolvem numericamente as referidas equações diferenciais, embora, frequentemente, os utilizadores desses programas não associem os resultados que obtêm à solução de uma equação diferencial.

Neste trabalho salienta-se a importância da matemática na engenharia civil com base em exemplos de aplicação. Nomeadamente mostra-se de que forma se utilizam diferentes tópicos da matemática na análise do comportamento de uma barragem sob a acção de um sismo, desde o estabelecimento da respectiva equação diferencial governativa – equação com derivadas parciais em que a função incógnita corresponde a uma função vectorial dependente das coordenadas de espaço e de tempo - até à sua resolução numérica recorrendo ao método dos elementos finitos para a integração no espaço e no tempo. Em particular, salienta-se que a análise da resposta de uma estrutura a uma acção sísmica utilizando o MEF é um problema que, para além do óbvio interesse do ponto de vista da engenharia, é igualmente um problema de grande interesse do ponto de vista da matemática na medida em que a sua completa resolução exige a utilização conjunta de todos os conhecimentos de matemática usualmente estudados nos cursos de engenharia: conhecimentos de álgebra, cálculo diferencial e integral, trigonometria, exponenciais e análise complexa, séries de Taylor e de Fourier, análise variacional, etc.

⁸Trabalho conjunto com M. A. Bastos e P. A. Lopes (DM/IST/UTL).

Para além da apresentação do problema enfatizando todos os aspectos matemáticos da sua formulação mostra-se de que forma a sua compreensão pode ser facilitada recorrendo à utilização do MathLab.

Área temática **IV – Comunicação da Matemática**

Organização **José Francisco Rodrigues** (CMUC e FC/UL)

Sessão 1 21/06, 14h30 – 16h, Sala G

IV-1-1 A simetria como instrumento de divulgação matemática

Manuel Arala Chaves (Atractor)

machaves@fc.up.pt

A simetria oferece condições excelentes para cativar o público não especializado e o levar a descobrir, em geral com surpresa, alguma da matemática que lhe está subjacente. Condições excelentes, por várias razões:

- Primeiro, objectos com simetria são familiares a qualquer um – há frisos nas cozinhas, em cortinados, em peças de vestuário e há padrões nas fachadas com azulejos, nos tapetes de Arraiolos, nos pavimentos.
- Segundo, o público leigo não suspeita, em geral, que esses objectos familiares tenham algo a ver com a matemática e eles não têm certamente qualquer relação com a representação mental habitual que esse público tem da matemática. Quando a relação é descoberta, há uma surpresa e concomitantemente um alargamento da ideia do que é a matemática.
- Terceiro, o uso da simetria permite formular alguns resultados não triviais perfeitamente inteligíveis pelo leigo, que são surpreendentes mesmo para pessoas com alguma formação matemática básica – os relativos à classificação de frisos e de padrões e ao facto de existir apenas um número finito de tipos possíveis.
- Quarto, a própria beleza de alguns dos padrões existentes constitui um factor apelativo (de ordem estética), que ajuda a chamar a atenção e permite

que as questões matemáticas levantadas surjam num contexto de interesse, previamente suscitado por essa atenção.

Estas afirmações não são enunciados feitos *a priori* sem qualquer base *experimental*, mas, pelo contrário, resultam de observações levadas a cabo junto do público (muito diversificado quanto a faixas etárias e níveis de preparação matemática), que tem visitado e apreciado as versões fixa e itinerante da exposição *Simetria – jogos de espelhos* que o Atractor faculta.

Neste último ano, no domínio da simetria, o Atractor tem vindo a levar a cabo um duplo projecto, de grande envergadura, visando produzir:

1. um DVD de alta qualidade gráfica em *flash* e com acentuada programação em *actionscript*,
2. páginas WWW com *applets* programados directamente em Java, cuja versão em português da parte inicial está já pronta e prestes a ser divulgada,

tudo isto visando dar uma ideia – com um mínimo de exigência de bagagem técnica prévia – de como abordar a classificação dos frisos e padrões por métodos geométrico-topológicos:

- numa primeira parte, descobrir todas as simetrias de um friso/padrão, escolher um motivo-base e, com ele, formar o *bom* carimbo para esse friso/padrão;
- numa segunda parte: i) caracterizar os carimbos susceptíveis de carimbarem o plano; ii) deixar o visitante descobrir, por si, todos os que estão nessas condições e chegar à conclusão que não consegue fabricar mais de 24.

É uma panorâmica – necessariamente muito sumária – deste duplo material, que se dará nesta sessão.

IV–1–2 Visualização na comunicação da Matemática com hipervídeo

Lara Santos (ACM e DEETC/ISEL/IPL e LabMAg/FC/UL)
lsantos@deetc.isel.ipl.pt

A visualização constituiu desde sempre uma ajuda essencial na comunicação da matemática. É uma forma importante de concretizar conceitos, desenvolver a capacidade de abstracção, e transmitir ideias, por exemplo em topologia e geometria,

ou na aplicação de métodos numéricos em simulações do mundo real. O vídeo tem-se mostrado como uma das formas mais adequadas de comunicar resultados da visualização, permitindo apresentar num contexto culturalmente rico, uma grande quantidade e diversidade de informação num curto espaço de tempo. No entanto, só por si, o vídeo tem uma capacidade limitada de apoiar a recepção da mensagem. A estrutura e interacção introduzidas pelo hipervídeo permitem dotar o utilizador de maior controlo e autonomia, e explorar ligações entre a informação incluída no vídeo e complementada por outros materiais, aumentando as suas capacidades como artefacto cognitivo. Esta apresentação explora estas ideias, apresentando a História do Pi em hipervídeo, e baseia-se num trabalho de equipa no âmbito duma colaboração CMAF/LASIGE no seio da FCUL, com Teresa Chambel, Suzana Nápoles, J. F. Rodrigues, e com Tom Apostol (California Institute of Technology).

IV-1-3 A divulgação da Matemática num centro de investigação

João Nuno Tavares (CMUP e FC/UP)

jntavar@fc.up.pt

O Centro de Matemática da Universidade do Porto (CMUP), para além das actividades regulares de investigação científica, promove várias actividades de divulgação matemática, entre as quais se destacam: uma “área de divulgação matemática”, um arquivo escolar baseado no trajecto do ensino/aprendizagem da Matemática, intitulado “Bibliakós”, e um “consultório matemático” no qual se pretende dar resposta à curiosidade científica de todos os interessados e ainda promover a discussão sobre temas de índole matemática. Estas actividades integram-se numa rede escolar, criada pelo CMUP, constituída por escolas de ensino secundário que pretendem estabelecer intercâmbio de natureza pedagógica e/ou científica com o CMUP. Nesta palestra mostrarei como temos desenvolvido este projecto.

Área temática **V – Ensino da Matemática**

Organização **Margarida Pinto** (Gabinete do Ensino Básico e Secundário/SPM)

Sessão 1 21/06, 14h30 – 16h, Auditório B

**V-1-1 Modelos financeiros no ensino secundário:
o crédito à habitação**

Paulo Antunes (Esc. Sec. de Mem Martins)
pjorgeantunes@yahoo.com

Os programas de Matemática, principalmente os dos últimos anos, referem explicitamente que o uso da *Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real* e o desenvolvimento de uma *consciência crítica e interventiva, uma cidadania activa e participativa*, constituem, de entre outras, duas das principais finalidades da disciplina, no ensino secundário.

Neste contexto, os modelos matemáticos associados ao crédito, constituem excelentes exemplos de modelação matemática aplicada a situações socialmente relevantes. Especificamente, o crédito à habitação pode ser estudado ao nível dos 11º ou 12º anos, dado que não apresenta raciocínios e cálculos demasiado fastidiosos ou complexos.

Pretende-se com este trabalho mostrar um exemplo de modelação matemática aplicada a uma situação real e relevante, fazendo em simultâneo uso de conhecimentos matemáticos pouco sofisticados e ao alcance dos alunos do ensino secundário.

V-1-2 Gerar recorrência recorrendo a geradoras

Afonso Bandeira (Esc. Sec. com 3º Ciclo de S. Pedro do Sul)
abandeira@gmail.com

Uma das “aventuras” mais fascinantes da Matemática é a forma como se conseguem resolver problemas de uma das suas áreas, usando ideias e ferramentas de outra área aparentemente bastante distinta, nesta apresentação são usadas funções geradoras para resolver problemas de sucessões de recorrência. Partindo de uma expressão geral de recorrência linear, como por exemplo:

$$t_n = c t_{n-1} + d$$

ou

$$dt_n = e t_{n-1} + f t_{n-2},$$

temos como objectivo determinar uma expressão que calcule t_n em função de n e não dos termos anteriores. Com este estudo mostro como, usando uma função geradora, conseguimos, de um modo bastante simples, não só obter uma expressão que calcula t_n em função de n , mas também verificar tal expressão é apenas uma exponencial ou uma soma de exponenciais.

V-1-3 Colisão de petroleiros

Célia Borlido (Esc. Sec. de Águas Santas)

cmariana@aeiou.pt

O presente trabalho pretende mostrar uma das possíveis formas de aplicação da matemática a situações do quotidiano. Partindo de um problema de resolução aparentemente óbvia, tentei mostrar que se pode sempre arranjar uma solução mais simples, ou mais geral, e que esta nunca é única. Por esse motivo são apresentadas três soluções distintas e uma ideia para uma quarta para o mesmo problema.

O problema consiste em, dados dois corpos no plano, em movimento cujas posições e vectores velocidade com que se movem são dados conhecidos, arranjar um método que preveja se eles vão colidir ou não.

O presente objecto de estudo é constituído por dois petroleiros. No entanto, os métodos utilizados para a resolução deste problema podem ser aplicados a qualquer par de corpos em movimento.

O presente trabalho pretende mostrar uma forma de aplicar a matemática em situações do quotidiano. Para esse efeito, resolvi abordar um dos muitos temas que parece preocupar a humanidade hoje em dia:

O risco de perda de recursos energéticos e a ocorrência de catástrofes ambientais.

Obviamente, em termos práticos, a probabilidade de dois petroleiros colidirem é bastante reduzida, visto não haverem muitos a circular em alto mar. No entanto, resolvi considerar que se moviam os dois petroleiros, em alternativa a considerar que um petroleiro podia chocar com um objecto em repouso, uma vez que deste modo o problema se tornaria bem mais interessante.

Todo o raciocínio usado ao longo do trabalho, poderá ser generalizado para dimensões superiores a duas.

V-1-4 A bela e o monstro: o tao da Matemática**Noémia Simões** (ACM e DEC/ISEL/IPL)

nsimoes@dec.isel.ipl.pt

1. A Bela: A presença da matemática em diversos padrões de culturas (matemática como uma meta-linguagem – para honra do espírito humano).
2. O Monstro? A matemática e a economia do crescimento e da inovação. Os diversos modelos de crescimento económico; inclusão da matemática nestes modelos de forma implícita.

Matemática e inovação – importância da matemática como factor de inovação nas sociedades.

3. O relatório PISA 2003 e o desenvolvimento dos países. Hipótese: Será a matemática uma pedra chave para o desenvolvimento dos países? Análise estatística da relação performance matemática – indicadores de desenvolvimento sócio-económico.
4. A comunicação da matemática. Velhos e/ou novos modos de aprender/estudar matemática.
 - 4.1. o e-learning nas economias baseadas no conhecimento;
 - 4.2. e-learning da Matemática – fundamentos e exemplos. O projecto 2AMAC. Outros exemplos acerca da motivação do estudo da matemática através de jogos.

Sessão 2 22/06, 11h30 – 13h, Auditório C

V-2-1 Transformações de gráficos, substituições e equações polinomiais**António Pereira Rosa** (Esc. Sec. Maria Amália Vaz de Carvalho)

antonioprosa@netcabo.pt

Nos actuais programas de Matemática A e B do Ensino Secundário, dá-se relevância ao estudo das “transformações simples de funções: dada uma função f ,

esboçar o gráfico das funções definidas por $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = f(ax)$, $y = af(x)$ com a positivo ou negativo”. Para este estudo são recomendados tanto o uso de “papel e lápis” como da calculadora gráfica ou computador, podendo a função f ser dada a partir de uma expressão analítica ou de um gráfico. Neste trabalho, mostramos como é possível partir destas ideias para a resolução de equações do segundo grau (ou, nalguns casos, do terceiro), bem como obter uma classificação geral das funções cúbicas, a nível do 12º ano (Matemática B) ou do 11º ano (Matemática A). Numa secção mais avançada, apresentamos um processo de resolução de equações do terceiro grau menos conhecido, recorrendo à chamada substituição de Tschirnhaus, uma generalização natural das mudanças de variável simples anteriormente referidas. Concluimos com algumas observações de carácter histórico sobre as tentativas de resolução da equação geral do quinto grau por meio de radicais feitas no século XIX por Bring e Jerrard usando transformações de Tschirnhaus.

V-2-2 Noções básicas de análise com o suporte “algébrico” dos hiper-reais – um exemplo

Filomena Soares (DM/ESEIG/IPP)

filomenasoares@eseig.ipp.pt

Na Matemática do Ensino Secundário, para onde são remetidas todas as questões básicas da Análise Matemática, surge logo à partida, o problema de base: a Noção de Limite. Muitas das dificuldades sentidas por professores e alunos relativamente a esta questão fundamental poderiam, a nosso ver, ser ultrapassadas com a extensão da noção de número aos hiper-reais. Por muito que estes, utilizados por Leibniz (séc. XVII), só tenham visto a luz do sol (sem qualquer nuvem) a partir de Robinson (séc. XX), nunca deixaram de ser utilizados por outras ciências, nomeadamente pela Física. Estando o ensino da noção de limite “arrumado” para o 12º ano (para não dizer, aí minimizado), os conceitos que dela dependem, como o de derivada, nos anos anteriores, ficam esvaziados de significado formal, sendo apresentados através de noções (próximas, mas não formais) não convencionais reduzindo-se à expressão característica de “tende para”. Esta “tendência” não possui na Análise Clássica qualquer significado formal, e apesar de se poder considerar próxima da definição Não Convencional de limite, não lhe sendo feita qualquer referência, fica assim, impossibilitada qualquer formalização da “intuição” em questão, no entanto, pretendemos alertar, através de um exemplo, para uma “pseudo” utilização das suas noções e conceitos. Constatamos, mais uma vez, que a Análise Não Convencional

parece ser um caminho possível para uma abordagem da Análise num nível não universitário.⁹

V-2-3 MAFIA (MAtemática e Física Atractivas)

Eduarda Pinto Ferreira (ISEP/IPP)

epf@isep.ipp.pt

Vai-se apresentar o projecto MAFIA que nasceu, em finais de 2004, da colaboração de três Departamentos do ISEP, Matemática, Física e Eng. Informática. Este projecto consiste na realização de um concurso/jogo interactivo nas áreas da Matemática e da Física, destinado aos alunos do Ensino Secundário. Os alunos respondem a diversas questões destas áreas, de acordo com o programa disciplinar do seu ano, apresentadas de uma forma atractiva e procurando, sempre que possível, relacionar estas ciências com o mundo que nos rodeia. O projecto é suportado por uma plataforma online de exercícios e testes, desenvolvida pelo grupo de I&D GILT-Graphics, Interaction and Learning Technologies, do Instituto Superior de Engenharia do Porto.

O público alvo são os alunos do 3º ciclo do Ensino Básico, uma vez que estes ainda não enveredaram por qualquer área, mas estão prestes a fazê-lo no final do 9º ano. Nessa altura, é bom que o façam de forma consciente, de acordo com as suas apetências naturais e não apenas para “fugir” de algumas disciplinas, pois é o seu futuro profissional que está em jogo.

Anualmente é efectuado um concurso composto por 4 fases:

- Apresentação do concurso aos docentes das escolas;
- Apresentação da plataforma do MAFIA aos alunos, nas escolas;
- Pré-selecção dos alunos para formarem os representantes da escola que vão participar no concurso;
- Concurso, no ISEP.

Esta plataforma pode ser utilizada livremente em <http://mafia.isep.ipp.pt>.¹⁰

⁹Trabalho conjunto com António Pascoal (DM/Univ. Portucalense).

¹⁰Trabalho conjunto com Gabriela Cruz Gonçalves e Paulo Soares Proença (ISEP/IPP).

V-2-4 Equações diferenciais na modelação de fenómenos físicos. Métodos numéricos e novas tecnologias.**Margarida Oliveira** (FC/UL)

guidaoliveira@gmail.com

A modelação matemática de fenómenos físicos baseia-se no estabelecimento e resolução de equações diferenciais. Muitos dos problemas que se colocam actualmente em física e em engenharia exigem a resolução de equações diferenciais. Contudo, em geral não é possível obter as pretendidas soluções por intermédio de métodos analíticos pelo que os métodos numéricos para resolução de equações diferenciais têm vindo a assumir uma crescente importância, sobretudo nas últimas décadas devido ao grande desenvolvimento dos meios computacionais. De entre os vários desenvolvimentos ao nível destes métodos destaca-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) como um dos mais utilizados actualmente em física e em engenharia.

A grande divulgação do MEF deve-se à sua grande generalidade, eficiência computacional e versatilidade na resolução de equações diferenciais mais complicadas definidas em domínios de geometria irregular e sujeitas a qualquer tipo de condições de fronteira.

Com este trabalho pretende-se contribuir para o desenvolvimento das metodologias de ensino dos métodos numéricos de resolução de equações diferenciais e, em particular, do Método dos Elementos Finitos através de uma estratégia em que os principais conceitos são introduzidos de modo acessível, recorrendo a exemplos sugestivos cuja resolução é efectuada com auxílio de ferramentas computacionais de acesso generalizado como a folha de cálculo ou o SciLab.¹¹

Sessão 3 22/06, 14h30 – 16h, Auditório C**V-3-1 Quantos pêlos tem um gato acabado de nascer?****Dinis Pestana** (DEIO/FC/UL e CEAUL)

dinis.pestana@fc.ul.pt

Quantificar – contar, medir – foi a base do avanço científico e tecnológico que proporcionou as grandes mudanças qualitativas no quotidiano das nossas vidas e,

¹¹Trabalho conjunto com Cristian Barbarosie (FC/UL).

em última análise, as alterações substanciais e potencialmente catastróficas do nosso planeta.

Mas a complexidade do que se pretende quantificar trouxe uma alteração essencial: a incerteza. E para lidar com a incerteza, a regra de ouro é: em vez de a tratar como intrusa indesejada, vamos usá-la como aliada.

Descrevemos por isso algumas estratégias simples que nos permitem usar o acaso na obtenção de informação adequada para adquirir conhecimento, discutindo as vantagens e desvantagens relativas dessas diversas estratégias amostrais. A questão da dimensão da amostra necessária para se quantificar com a precisão desejada é também abordada. (Na sessão não contaremos os pêlos de um gato, mesmo adulto.)

V-3-2 Mais lições do estudo internacional PISA entre os resultados de 2003 e os estudos de 2009 a 2015

Jaime Carvalho e Silva (DM/UC)

jaimecs@mat.uc.pt

O PISA é um estudo trienal promovido pela OCDE dirigido a estudantes de 15 anos com o objectivo de determinar até que ponto adquiriram o conhecimento e capacidades que são essenciais para uma participação plena na sociedade, nomeadamente se são capazes de analisar, raciocinar e de comunicar as suas ideias eficazmente. O estudo começou em 2000 com 43 países e em 2006 decorreu já a recolha de dados no terreno, tendo aumentado a participação para 58 países. A OCDE está já a planear os estudos de 2009, 2012 e 2015, tentando integrar novos aspectos para além da literacia em leitura, matemática e ciências. Por exemplo, analisa se vai incluir um módulo de literacia em tecnologia e um módulo que tente relacionar os resultados dos estudantes com os contextos de aprendizagem na escola. Paralelamente, a OCDE e os países participantes tentam tirar conclusões dos estudos já produzidos editando relatórios com novas análises como o recente “Are students ready for a technology-rich world? What PISA studies tell us” de 2006. Que conclusões se podem retirar destes relatórios que sejam relevantes para Portugal? Nesta palestra tentarei lançar algumas pistas neste sentido.

Os relatórios referidos podem ser encontrados aqui: <http://www.pisa.oecd.org/>.

V-3-3 **Ensinar grafos no Ensino Secundário: um desafio!**

Marília Pires (DM/FCT/Univ. do Algarve)
mpires@ealg.pt

No programa da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais existe um capítulo sobre modelos de Grafos. Sendo esta disciplina destinada a alunos que provavelmente se interessam por outras disciplinas e não por Matemática, esta é uma disciplina em que os temas devem ser fáceis e com aplicação quase imediata. A introdução à teoria de Grafos qualifica-se para este objectivo. Apesar de os Grafos em si serem uma área de estudo de grande complexidade, é possível ensinar alguns conceitos básicos, sem grande formalismo matemático, sem necessidade de saber outros conteúdos de Matemática e possibilitando a aplicação a problemas concretos da vida dos alunos. Como o programa bem diz “está fora de questão uma introdução teórica sistematizada da teoria de Grafos”, até por que os alunos não iriam tirar qualquer proveito de uma tal abordagem, mas, ao contrário de outras áreas da Matemática, onde abordagens sem formalização são absolutamente descabeladas, esta é uma área em que essa abordagem é possível e interessante. Para que os alunos tenham algum interesse pela Escola o ensino tem que ser informal e criativo. Na disciplina de Matemática a criatividade, antes de tudo, passa pelos exemplos que se apresentam para ilustrar os conceitos em estudo. Na nossa opinião os bons exemplos e exercícios devem ser construídos de modo a que não sejam uma aplicação óbvia dos conceitos, mas que requeiram algum trabalho intelectual que venha a proporcionar aos alunos o prazer da descoberta. Os conceitos e definições básicas de Grafos podem ser facilmente introduzidos através da representação gráfica habitual. Deste modo, os alunos podem efectivamente ver e quase que apalpar as definições e conceitos necessários. Aqui não é preciso qualquer abstracção. Sabendo nós que a deficiente compreensão da Matemática tem, como um dos inúmeros factores, a dificuldade de abstracção, parece-nos que este é um dos aspectos positivos que deve ser explorado, para que os alunos, tendo finalmente conseguido perceber qualquer coisa em Matemática, criem gosto e comecem a trabalhar com mais determinação. Nesta comunicação tentaremos dar alguns exemplos que, na nossa opinião, podem contribuir para a criatividade no ensino de alguns modelos de Grafos.¹²

¹²Trabalho conjunto com Viktor Kravchenko e Susana Carreira (DM/FCT/Univ. do Algarve).

V-3-4 Resultados das provas de aferição e dos exames nacionais do 9ºano: que conclusões tirar?**Carlos Santos** (ISEC e GEBS)

cps@netcabo.pt

Esta sessão temática tem como objectivo apresentar um estudo sobre diversos exames de Matemática relativos ao Ensino Básico, realizados desde 1999/2000. Com este trabalho pretendemos abordar diversos aspectos relacionados com os resultados obtidos nestas provas, apresentados em documentos oficiais. Far-se-á um paralelo com as provas de Português.¹³

Área temática VI – Equações com Derivadas Parciais**Organização José Miguel Urbano** (FCT/UC)**Sessão 1** 22/06, 11h30 – 13h, Sala G**VI-1-1 Sobre um modelo de turbulência para as equações de Navier-Stokes****Hugo Beirão da Veiga** (Univ. de Pisa e CMAF/UL)

bveiga@dma.unipi.it

Num célebre artigo publicado em 1963, tendo em vista a aproximação numérica das equações de Navier-Stokes no caso dos fluxos turbulentos, J. S. Smagorinsky introduziu um novo modelo para as equações de Navier-Stokes. Ao termo de viscosidade Smagorinsky adiciona um segundo termo proporcional ao módulo do tensor das deformações. Este modelo, bem como outros que nele tiveram origem, mantiveram a sua importância até aos dias de hoje.

Uma sua generalização, na qual se usa uma potência q do módulo do tensor das deformações, foi apresentada por O. A. Ladyzhenskaya ao Congresso Internacional dos Matemáticos, em 1966. Um modelo simplificado foi também proposto por J.-L. Lions.

¹³Trabalho conjunto com Margarida Graça (Esc. Sec. José Gomes Ferreira e GEBS) e Luísa Araújo (ISEC).

Além de grande interesse no campo da turbulência, os modelos deste tipo descrevem também, consoante o valor do parâmetro q , o fluxo de uma família de fluidos não newtonianos.

Não obstante a vastíssima bibliografia neste campo, o problema fundamental da regularidade das soluções pode considerar-se ainda em aberto. A presente comunicação pretende ser uma simples introdução a algum trabalho naquela direcção.

VI-1-2 **Análise semiclássica e estimativas dispersivas**

Diogo Gomes (DM/IST/UTL)

dgomes@math.ist.utl.pt

A transformada de Wigner é uma transformação não linear que permite estudar certas equações diferenciais parciais no limite semi-clássico. Nesta conferência utilizamos a transformada de Wigner para obter estimativas dispersivas para a equação de Schrodinger.

VI-1-3 **Uma modulação da equação de Schrödinger não linear derivada**

Filipe Oliveira (DM/FCT/UNL)

fso@fct.unl.pt

Enquanto aproximações assintóticas das equações da Magneto-Hidro-Dinâmica, as equações de Schrödinger Não Linear (SNL) $A_T + iA_{XX} + ik_o|A|^2A = 0$ e de Schrödinger Não Linear Derivada (SNLD) $q_t + iq_{xx} + (|q|^2q)_{xx} = 0$ aparecem na modelação da propagação de ondas de Alfvén em plasmas magnetizados. A equação SNL pode ser obtida formalmente como equação de envelope da equação SNLD no seguinte sentido: considerando uma solução exacta da equação SNLD linearizada, correspondente a uma onda plana polarizada circularmente, e submetendo esta solução ao fluxo não-linear obtém-se, “à primeira ordem”, que a sua amplitude varia de acordo com a equação SNL. Nesta comunicação, justificaremos de modo preciso este tipo de cálculo: utilizando estimativas rigorosas, demonstraremos que parte da dinâmica da equação SNL está aproximadamente contida na dinâmica da equação SNLD. Em particular, existem soluções da equação de SNLD que se comportam como solitões da equação SNL.

Referências

F. Oliveira, *Approximation of the DNLS equation by the cubic nonlinear Schrödinger Equation*, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, **134A**, 595-607, 2004.

Sessão 2 23/06, 11h30 – 13h, Sala G

VI-2-1 Semi-stable and extremal solutions of reaction equations involving the p -Laplacian

Manel Sanchón (CMUC e UC)

msanchon@mat.uc.pt

We consider nonnegative solutions of $-\Delta_p u = f(x, u)$, where $p > 1$ and Δ_p is the p -Laplace operator, in a smooth bounded domain of \mathbb{R}^N with zero Dirichlet boundary conditions. We introduce the notion of semi-stability for a solution (perhaps unbounded). We prove that certain minimizers, or one-sided minimizers, of the energy are semi-stable, and study the properties of this class of solutions. Under some assumptions on f that make its growth comparable to u^m , we prove that every semi-stable solution is bounded if $m < m_{cs}$. Here, $m_{cs} = m_{cs}(N, p)$ is an explicit exponent which is optimal for the boundedness of semi-stable solutions. In particular, it is bigger than the critical Sobolev exponent $p^* - 1$. We also study a type of semi-stable solutions called extremal solutions, for which we establish optimal L^∞ estimates. Moreover, we characterize singular extremal solutions by their semi-stability property when the domain is a ball and $1 < p < 2$.

VI-2-2 Mudança intrínseca de escala para EDPs apresentando uma não-linearidade exponencial

Eurica Henriques (DM/UTAD)

eurica@utad.pt

Consideramos equações fortemente degeneradas do tipo

$$\partial_t u - \nabla \left(|u|^{\gamma(x,t)} \nabla u \right) = f,$$

onde a não-linearidade satisfaz a condição $0 < \gamma^- \leq \gamma(x, t) \leq \gamma^+$. Usando a técnica da mudança intrínseca de escala, mostraremos que as soluções fracas são localmente contínuas.¹⁴

¹⁴Trabalho conjunto com José Miguel Urbano (DM/FCT/UC).

VI-2-3 Modelação assintótica de uma placa laminada elástico-piezoeléctrica

José Carvalho (DM/FCT/UC e DM/ESTS/IP de Setúbal)

jcarvalho@est.ips.pt

Apresenta-se um modelo assintótico para uma placa laminada e fina do tipo sanduíche constituída por uma lâmina elástica revestida por duas lâminas piezoeléctricas, uma na parte superior e outra na parte inferior (cf. [1] para uma descrição detalhada do método assintótico aplicado a placas finas elásticas). Em particular demonstra-se que, quando a espessura desta placa tende para zero, o vector deslocamento converge para um deslocamento de Kirchhoff-Love e o potencial eléctrico converge para uma função escalar que é um polinómio de grau dois relativamente à variável espessura. Note-se que este modelo assintótico dá uma justificação matemática rigorosa para a conjectura física feita em [2] sobre a expressão do potencial eléctrico nas lâminas (ou pequenos implantes) piezoeléctricos inseridos em placas ou cascas elásticas. Observa-se também que este modelo assintótico é, de certo modo, uma generalização do descrito em [3] para uma placa constituída apenas por uma lâmina e um único material piezoeléctrico.¹⁵

Referências

- [1] P. Ciarlet, “Mathematical Elasticity, Volume II: Theory of Plates”, North-Holland, Amsterdam, 1997.
- [2] M. Bernadou, C. Haenel, *Modelization and numerical approximation of piezoelectric thin shells. III. From the patches to the active structures*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **192**, 37-38 (2003) pp. 4075-4107.
- [3] I. N. Figueiredo, C. F. Leal, *A piezoelectric anisotropic plate model*, Asymptotic Analysis, **44** 327-346, 2005.

¹⁵Trabalho conjunto com Isabel N. Figueiredo (DM/FCT/UC).

Área temática **VII – Geometria**

Organização **Margarida Mendes Lopes (IST/UTL)**

Sessão 1 21/06, 14h30 – 16h, Auditório F

VII-1-1 A sl_3 -homologia de enlacs

Marco Mackaay (DM/Univ. do Algarve)

mmackaay@ualg.pt

Em 1999 Mikhail Khovanov revolucionou a teoria dos nós definindo uma construção que associa uma homologia combinatória a um enlace L , denotada $KH^*(L)$. A característica de Euler desta homologia é o célebre polinómio de Jones. A seguir o seu trabalho foi generalizado por Lee e Bar-Natan. Todas estas construções estão intimamente relacionadas com a teoria de representações de sl_2 e Khovanov mostrou que podem ser obtidas a partir de uma sl_2 -homologia de enlacs universal, que foi estudada por nós em [4].

Em 2003 Khovanov [3] deu uma construção, semelhante à primeira dele, para sl_3 e Gornik [2] estudou o caso semelhante ao de Lee.

O tópico da nossa apresentação é a sl_3 -homologia de enlacs universal, denotada $U_{a,b,c}^*(L)$, que depende de 3 parâmetros a, b, c , definida e estudada por nós em [5]. Se a, b, c forem números complexos há 3 classes de isomorfismo a que $U_{a,b,c}^*(L, \mathbb{C})$ pode pertencer que dependem do número de raízes distintas do polinómio $f(X) = X^3 - aX^2 - bX - c$. No caso de uma raiz, com multiplicidade 3, $U_{a,b,c}^*(L, \mathbb{C})$ é isomorfa à original de Khovanov ($a = b = c = 0$). Se f tiver 3 raízes distintas, $U_{a,b,c}^*(L, \mathbb{C})$ é isomorfa à homologia de Gornik ($(a, b, c) = (0, 0, 1)$). O último caso, quando f tem duas raízes distintas, é novo e provámos a existência de um isomorfismo

$$U_{a,b,c}^*(L, \mathbb{C}) \cong \bigoplus_{L' \subseteq L} KH^{*-j(L')}(L', \mathbb{C}).$$

Este resultado prova uma parte das conjecturas em [1] para sl_3 .¹⁶

Referências:

[1] N. M. Dunfield, S. Gukov, J. Rasmussen, The superpolynomial for knot homologies, math.GT/0505662.

¹⁶Trabalho conjunto com Pedro Vaz.

- [2] B. Gornik, Note on Khovanov link cohomology, math.QA/0402266.
- [3] M. Khovanov, *sl(3) link homology*, Alg. Geom. Top. **4** (2004), 1045-1081.
- [4] M. Mackaay, P. Turner, P. Vaz, A remark on Rasmussen's invariants of knots, math.GT/0509692.
- [5] M. Mackaay and P. Vaz, The universal sl_3 -link homology, math.GT/0603307.

VII-1-2 The topology of the space of symplectic balls in $S^2 \times S^2$

Sílvia Anjos (DM/IST/UTL)

sanjos@math.ist.utl.pt

We compute the full homotopy type of the space of symplectic embeddings of the standard ball $B^4(c) \subset \mathbf{R}^4$ (where $c = \pi r^2$ is the capacity of the standard ball of radius r) into the 4-dimensional rational symplectic manifold $M_\mu = (S^2 \times S^2, \mu\omega_0 \oplus \omega_0)$ where ω_0 is the area form on the sphere with total area 1 and μ belongs to the interval $(1, 2]$. We know, by the work of Lalonde-Pinsonnault, that this space retracts to the space of symplectic frames of M_μ for any value of c smaller than the critical value $\mu - 1$, and that its homotopy type does change when c crosses that value. We compute the homotopy type for the case $c \geq \mu - 1$ and prove that it is not the type of a finite CW-complex. The second case is joint work with François Lalonde.¹⁷

VII-1-3 On 2-dimensional homotopy invariants of complements of knotted embedded surfaces in S^4

João Faria Martins (CAGSD/IST/UTL)

jmartins@math.ist.utl.pt

We prove that if M is a CW-complex and $*$ is a 0-cell of M , then the crossed module $\Pi_2(M, M^1, *)$ does not depend on the cellular decomposition of M up to free products with $\Pi_2(D^2, S^1, *)$, where M^1 is the 1-skeleton of M . From this it follows that if G is a finite crossed module and M is finite, then the number of crossed module morphisms $\Pi_2(M, M^1, *) \rightarrow G$ (which is finite) can be re-scaled to a homotopy invariant $I_G(M)$ (i. e. not dependent on the cellular decomposition of M).

¹⁷Baseado em trabalho conjunto com F. Lalonde.

We describe an algorithm to calculate $\pi_2(M, M^{(1)}, *)$ as a crossed module over $\pi_1(M^{(1)}, *)$, in the case when M is the complement of a knotted surface in S^4 and $M^{(1)}$ is the 1-handlebody of a handle decomposition of M , which, in particular, gives a new method to calculate the algebraic 2-type of M . In addition, we prove that the invariant I_G yields a non-trivial invariant of knotted surfaces, with a simple method of calculation. Furthermore, we elucidate the extension of these results to crossed complexes and crossed module cohomology classes.

VII-1-4 **Compactifications of moduli spaces of holomorphic bundles on complex surfaces**

João Paulo Santos (DM/IST/UTL)

jsantos@math.ist.utl.pt

Jun Li showed there is a rational map between the Gieseker and the Donaldson-Uhlenbeck compactifications of the moduli space of holomorphic bundles on a complex surface. Nakajima gave a simple description of this map on CP^2 using the ADHM description of holomorphic bundles and perturbing the moment map equation. I'll show that a similar description exists for the blow-up of CP^2 at one point. I'll also examine the topology of the moduli spaces when the rank of the bundles goes to infinity.

Sessão 2 23/06, 11h30 – 13h, Auditório C

VII-2-1 **The Ehrhart formula for symbols**

Jonathan Weitsman (University of California at Santa Cruz)

weitsman@count.ucsc.edu

We prove an analog of the Ehrhart formula for symbols of pseudodifferential operators, using the Euler Maclaurin formula with remainder.¹⁸

¹⁸Baseado em trabalho conjunto com V. Guillemin e S. Sternberg.

VII-2-2 Polytope decompositions

Leonor Godinho (DM/IST/ULT)

lgodin@math.ist.utl.pt

The interplay between symplectic geometry and combinatorics through the study of moment maps and the geometry of toric varieties is a well known and fertile theme in mathematics. Here we will use a version of localization in equivariant cohomology for the norm-square of the moment map, formulated by Paradan, to motivate new polytope decompositions into cones. Some of these will generalize both the Lawrence-Varchenko and the Brianchon-Gram decompositions.¹⁹

VII-2-3 Representações de grupos fundamentais de superfícies em grupos de isometria de espaços simétrico hermitianos

Peter Gothen (DM Pura/FC/UP)

pbgothern@fc.up.pt

Seja G um grupo de Lie. O espaço de moduli de representações de um grupo finitamente gerado Γ em G é, por definição, o quociente do conjunto de homomorfismos $\Gamma \rightarrow G$ pela acção por conjugação de G . Um caso de particular interesse desta construção é quando Γ é o grupo fundamental de uma superfície fechada e orientada X . Neste caso a geometria e topologia do espaço de moduli reflectem propriedades da superfície X e do grupo de Lie G . Quando G é o grupo de isometrias de um espaço simétrico hermitiano clássico de tipo não compacto existe um invariante inteiro, o chamado invariante de Toledo, de uma representação. Os possíveis valores do invariante de Toledo são limitados, e nesta comunicação iremos estudar propriedades topológicas do espaço de moduli no caso em que o valor do invariante é maximal.²⁰

¹⁹Baseado em trabalho conjunto com J. Agapito.

²⁰Baseado em trabalho conjunto com S. Bradlow e O. García-Prada.

Área temática **VIII – História da Matemática**

Organização **Luís Saraiva** (FC/UL)

Sessão 1 22/06, 11h30 – 13h, Auditório B

**VIII-1-1 Bernardino Machado, contemporâneo de
Gomes Teixeira**

José Francisco Rodrigues (CMUC e FC/UL)

rodrigue@ptmat.fc.ul.pt

A prevista reedição, cento e trinta anos depois, dos três trabalhos que constituem a obra escrita sobre Física-Matemática com que Bernardino Machado iniciou a sua carreira na Faculdade de Filosofia (Natural) da Universidade de Coimbra, para além de ajudar a compreender a base científica da sua formação académica e da precisão metodológica que caracterizaram a vida daquele que viria a ser duas vezes Presidente da República Portuguesa, suscita interessantes questões sobre a história do conhecimento científico em Portugal de oitocentos.

Uma delas tem a ver com o estudo e a investigação das séries de funções por matemáticos portugueses, em particular, a questão da introdução das séries de Fourier em Portugal. Contrastando com as limitações matemáticas daqueles trabalhos de Física-Matemática, realçam-se algumas das contribuições de Gomes Teixeira ainda dos finais do século XIX, em particular, a sua notável memória “Sobre o desenvolvimento das funções em série”, distinguida pela real Academia de Ciências de Madrid, onde anuncia a sua generalização das séries de Laurent e de Burmann, a qual constitui, para as funções analíticas, uma notável síntese das séries de potências com as séries trigonométricas.

VIII-1-2 Aprender Geometria... jogando às cartas

Marisa Almeida (Escola EB 2-3/S de Maceira e DM/DF/UL)

marisacostaferreira@sapo.pt

A figura de René Descartes domina largamente o panorama das ideias no século XVII. Talento multifacetado, dividiu por muitos ramos do saber a sua actividade, nomeadamente na Matemática, através da Geometria, e na Física. Uma das suas publicações, na área da Matemática e da Física, foi *Use of the Geometrical Playing*

Cards. Esta comunicação tem como principais objectivos dar a conhecer um pouco deste artigo – que consiste essencialmente num baralho de cartas vocacionadas para o ensino da Geometria através do jogo; bem como, na explicação de algumas dessas cartas.

VIII-1-3 **S. F. Lacroix, aproximação de integrais e os fundamentos do Cálculo Integral**

João Caramalho Domingues (Univ. do Minho)

jcd@math.uminho.pt

É um *facto* bem conhecido que só com os trabalhos de Cauchy na década de 1820 é que surgiu a questão da *fundamentação do Cálculo Integral*: antes disso a integração era encarada simplesmente como primitivação. É também sabido que para a sua construção do integral definido Cauchy inspirou-se num método de aproximação de Euler; método esse que aparece também no segundo volume (1798) do *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral* de Lacroix. Mas será que a versão deste método de Lacroix diz respeito apenas a aproximações, ou será que entra também em questões fundacionais/conceptuais? Defenderei a segunda hipótese.

Sessão 2 23/06, 14h30 – 16h, Auditório C

VIII-2-1 **Um programa de acção para a Matemática Moderna: um estudo de caso**

José Manuel Matos (FCT/UNL)

jmm@fct.unl.pt

Na sequência das transformações ocorridas após a 2^a Guerra Mundial, muitos países vão proceder a alterações nos currículos de matemática. Esta reforma, a Reforma da Matemática Moderna, vai implicar uma profunda recomposição do que até ao momento era tomado como constituinte do saber matemático escolar, bem como das metodologias adequadas para o seu ensino. No caso português esta recomposição vai ocorrer essencialmente entre 1955, data da nomeação da sub-comissão portuguesa perante a nova CIEM (Comission Internationale de l'Enseignement Mathématique),

e 1964, quando se iniciam as primeiras experiências pedagógicas em três liceus. Discutir-se-á nesta comunicação a primeira apresentação pública das novas ideias.

VIII–2–2 Lendas da mitologia e outros contos aplicados à matemática no ensino básico e pré-escolar

Carlota Simões (DM/FCT/UC)

carlota@mat.uc.pt

No âmbito do projecto *Ciência a Brincar – Descobre a Matemática*, foram criadas diversas actividades lúdicas de cariz matemático para crianças do último ano do ensino pré-primário e do 1º ciclo do ensino básico. As actividades propostas têm como ponto de partida uma pequena história, que conduz a um problema matemático e que motiva uma experiência lúdica na área da matemática. As actividades foram testadas junto de dois grupos de crianças (um grupo de 21 crianças do 2º ano do 1º ciclo e um grupo de 24 crianças de cinco anos) e adaptadas de acordo com a sua reacção.

Algumas das histórias apresentadas às crianças são lendas da mitologia, como é o caso do problema da duplicação do cubo (uma lenda que envolve Delfos e uma maldição sobre Atenas), ou a substituição do conceito de área por perímetro (na lenda da fundação de Cartago), ou o conceito de crescimento exponencial (na lenda da invenção do xadrez).

Nesta comunicação vamos verificar como estas histórias milenares podem ainda hoje ser úteis no ensino básico da matemática.

VIII–2–3 Metromachia, um jogo geométrico

Isabel Catarino (Esc. Sec. do Pinhal Novo e DM/FC/UL)

isabel.catarino@yahoo.co.uk

Metromachia é um jogo de tabuleiro criado em 1578 por William Fulke. Nele entram em confronto dois exércitos onde a hierarquia militar depende das características geométricas de cada peça interveniente. A batalha, típica das lutas medievais, desenrola-se num território neutro entre dois feudos. Cada exército defende até ao fim o seu castelo, onde só serão permitidos ataques regidos por aritmética e geometria. Será que alguém vence a Matemática?

Área temática IX – Investigação OperacionalOrganização **Luís Gouveia** (FC/UL)**Sessão 1** 21/06, 14h30 – 16h, Auditório C**IX-1-1 Informação assimétrica no modelo de Stackelberg com bens diferenciados****Fernanda Ferreira** (FC/UP e ESEIG/IPP)

fernandaamelia@eseig.ipp.pt

O modelo de Stackelberg descreve uma situação de duopólio em que uma empresa (dominante) decide a quantidade a produzir primeiro do que a outra (seguidora), produzindo estas um bem homogéneo. No caso clássico, a informação é completa. Assim, ambas as empresas conhecem os custos de produção de cada uma, bem como a demanda do mercado. A empresa dominante, conhecedora da função lucro e do conjunto de estratégias da empresa seguidora, pode facilmente determinar a função de melhor resposta desta empresa. Nesse caso, a empresa dominante tem vantagem sobre a seguidora.

Neste trabalho, consideramos que os bens produzidos são diferenciados e que há incerteza na demanda apenas para a empresa líder. Esta empresa escolhe a quantidade a produzir de acordo com o valor esperado da demanda, que se considera uniformemente distribuída num determinado intervalo. Quando a empresa seguidora decide a sua quantidade, o valor da demanda já é conhecido. Mostramos que, neste modelo de informação incompleta, a empresa seguidora pode lucrar mais do que a empresa líder. Se a demanda observada estiver próxima do valor esperado, não é grande a diferença entre a decisão tomada pela empresa líder e a que tomaria se conhecesse o valor exacto da demanda. Assim, neste caso, a empresa líder ganha mais do que a seguidora, devido à vantagem de ser líder. Por outro lado, se a demanda observada estiver afastada do valor esperado, será significativa a diferença entre a decisão tomada pela empresa líder e a que tomaria se conhecesse o valor exacto da demanda. Assim, neste caso, a empresa seguidora ganha mais do que a líder, devido à vantagem de possuir mais informação.²¹

²¹Trabalho conjunto com Flávio Ferreira (ESEIG/IPP) e Alberto Pinto (FC/UP).

IX-1-2 Location of multinational firms in asymmetric countries

José Pedro Pontes (ISEG/UTL e UECE)

ppontes@iseg.utl.pt

In this paper, the equilibrium location choices of a large number of firms in an economy consisting of two asymmetrically-sized countries are examined in the context of an evolutionary game. The main conclusions of Markusen and Venables concerning the existence of multinational firms (i.e. multiplant firms arise if transport costs are high in relation to plant fixed costs and if the countries are close to symmetry in size) are confirmed in an analytically solvable framework. The framework of an evolutionary game allows the exact determination of the proportions of national and multinational firms in mixed equilibria.

Referências:

[1] J. Markusen, A. Venables, *Multinational Firms and the New Trade Theory*, Journal of International Economics, **46**(2) 183-203 (1998).

[2] J. Markusen, A. Venables, *The Theory of Endowment, Intra-Industry and Multinational Trade*, Journal of International Economics, **52**(2) 209-234 (2000).

IX-1-3 Competição dinâmica nos preços com incerteza nos custos

Fernanda Ferreira (FC/UP e ESEIG/IPP)

fernandaamelia@eseig.ipp.pt

Nos modelos económicos, encontramos situações em que as empresas competem por quantidades e situações em que competem por preços. Para o caso em que as empresas competem por quantidades, von Stackelberg propôs um modelo dinâmico de duopólio no qual uma empresa dominante decide primeiro a quantidade a produzir e só depois é que a outra empresa (seguidora) toma a sua decisão. Stackelberg considerou ainda que as empresas são idênticas e possuem total informação. Nessa situação, sabemos que a empresa líder lucra mais do que a empresa seguidora. No caso de competição nos preços, o modelo é o seguinte: Primeiro, uma empresa, E_1 , decide o preço $p_1 \geq 0$ para o bem que produz; a seguir, a outra empresa, E_2 , observa p_1 e depois decide o preço $p_2 \geq 0$ para o seu produto. A demanda directa é dada por

$$q_i = a - p_i + bp_j,$$

no espaço dos preços em que as quantidades q_i são positivas, com $i, j \in \{1, 2\}$ e $i \neq j$, onde $a > 0$ e $0 \leq b \leq 1$. O lucro da empresa E_i é dado por

$$\pi_i(p_i, p_j) = (a - p_i + bp_j)(p_i - c_i),$$

onde $0 \leq c_i \leq a$ o custo unitário de produção para a empresa E_i . Nesta competição, a posição de liderança não é agora a mais vantajosa.

Neste trabalho, supomos a existência de incerteza nos custos de produção de ambas as empresas. Mais propriamente, supomos que o custo unitário de produção da empresa E_1 pode assumir os valores c_A ou c_B , com $Prob(c_1 = c_A) = \phi$, e o custo unitário c_2 da empresa E_2 pode assumir os valores c_H ou c_L , com $Prob(c_2 = c_H) = \theta$. Estas distribuições de probabilidade são de conhecimento público. Determinamos o equilíbrio bayesiano de Nash, e mostramos que, em contraste com o caso de informação completa, a empresa líder pode ter um lucro superior ao da empresa seguidora.²²

Sessão 2 22/06, 14h30 – 16h, Sala G

IX-2-1 Modelos de otimização em sistemas inconsistentes

Paula Amaral (DM/FCT/UNL)

paca@fct.unl.pt

Nesta apresentação serão abordados modelos para correcção de sistemas lineares inconsistentes. Vamos assumir que o sistema de inequações linear $Ax \leq b$, constitui um modelo matemático para representar um problema real. Nesse caso, a complexidade do problema, entre outros factores, pode levar a que o conjunto de soluções admissíveis seja vazio. Uma possível abordagem para lidar com esta dificuldade pode ser a determinação de uma perturbação H e p , da matriz A e do termo independente b respectivamente, de forma a obter um sistema consistente $(A + H)x \leq b + p$. Para que o novo modelo seja plausível é necessário minimizar a distância entre os coeficientes dos dois modelos, que resulta num modelo de optimização não linear e em geral não convexo. Nesta apresentação pretende-se apresentar propostas para a optimização global desses problemas.

²²Trabalho conjunto com Flávio Ferreira (ESEIG/IPP) e Alberto Pinto (FC/UP).

IX-2-2 **Optimização e controlo da poluição atmosférica com programação semi-infinita**

A. Ismael F. Vaz (Dep. de Produção e Sistemas/Escola de Engenharia/Univ. do Minho)
aivaz@dps.uminho.pt

As questões ambientais em geral e as da poluição atmosférica em particular têm merecido particular atenção por parte dos decisores. As fontes não móveis têm uma contribuição importante para a poluição atmosférica global. A existência de modelos matemáticos que simulam a concentração de poluentes no ar permite que os níveis de poluição do ar possam ser previstos e conseqüentemente em condições climatéricas médias mantidos abaixo de valores de referência. Os limites de concentração da poluição são impostos por lei e compete às instalações fabris a decisão da melhor política no sentido de não ultrapassar esses mesmos limites, minimizando o impacto económico. Aos decisores compete a verificação de que as instalações fabris cumprem os valores máximos da concentração da poluição atmosférica indicados na lei, bem como a instalação de postos de verificação da qualidade do ar.

Neste trabalho descreve-se o uso da programação semi-infinita na resolução de problemas de optimização que resultam da minimização do impacto económico (tamanho mínimo das chaminés ou redução mínima da produção) mantendo os valores da concentração da poluição abaixo de valores de referência.

São apresentados três casos práticos e as suas soluções numéricas calculadas com recurso ao software de domínio público NSIPS.²³

IX-2-3 **Modelos de localização: reformulação por discretização**

Francisco Saldanha da Gama (DEIO/FC/UL)
fsgama@fc.ul.pt

Nos modelos de localização com procura unitária usualmente referidos na literatura são consideradas variáveis de localização binárias indicando a existência ou não de um serviço na localização i . Nesta apresentação é discutida uma reformulação destes modelos, (designada de reformulação por discretização) que consiste em considerar um conjunto de variáveis binárias - z_{iq} - indicadoras da existência, ou não, de um serviço a operar em i e a servir exactamente q pontos de procura. De seguida, discutem-se vantagens desta técnica de reformulação. Assim, são apresentadas e

²³Trabalho conjunto com Eugénio C. Ferreira (Centro de Engenharia Biológico/Univ. do Minho).

discutidas desigualdades válidas que são intuitivamente derivadas a partir das novas variáveis de localização e discutem-se modelos envolvendo custos não lineares associados aos serviços (dos quais a modularidade dos serviços pode ser vista como um caso particular) e que não são fáceis de modelar através de formulações convencionais. São apresentados resultados computacionais obtidos a partir de instâncias geradas aleatoriamente.

Para finalizar, diversas variações/extensões ao modelo básico e que se encontram em estudo são abordadas, nomeadamente:

- i) Modelos com decisões multi-periódicas;
- ii) Modelos com procura não unitária e discretização nas variáveis de distribuição.²⁴

Área temática **X – Lógica e Computação**

Organização **Amílcar Sernadas (IST/UTL)**

Sessão 1 23/06, 11h30 – 13h, Auditório A

X-1-1 Caracterizações implícitas e computações paralelas

Isabel Oitavem (DM/FCT/UNL e CMAF/UL)

isarocho@ptmat.fc.ul.pt

Muitas das classes de complexidade computacional paralelas são caracterizadas implicitamente usando esquemas de recursão com substituição simultânea. É o caso de *alternating logtime*, *alternating poly-logtime*, *NC* e, num contexto de três estratos, *Pspace* — ver [1], [3] e [4]. Tem-se vindo a mostrar que é possível caracterizar classes de complexidade paralelas, como *NC* e *Pspace*, considerando apenas formas muito restritas de substituição durante a recursão — esquemas de recursão com ponteiros.

Esta palestra centra-se na classe *Pspace* e na caracterização de *Ptime* de Bellantoni e Cook [2]. Introduzindo ponteiros no esquema de recursão da última (*Ptime*) obtem-se uma descrição da primeira (*Pspace*).

²⁴Trabalho conjunto com Luís Gouveia (DEIO/FC/UL).

Referências

- [1] S. Bellantoni, *Characterizing parallel time by type 2 recursions with polynomial output length*, in D. Leivant, editor, *Logic and Computational Complexity*, volume **960** of LNCS, pages 253-268. Springer-Verlag, 1995.
- [2] S. Bellantoni, S. Cook, *A new recursion-theoretic characterization of polytime functions*, *Computational Complexity*, **2** 97-110, 1992.
- [3] D. Leivant, *A characterization of NC by tree recurrence*, in *Proceedings of the 39th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, FOCS 1998*, pages 716-724. IEEE Computer Society, 1998.
- [4] D. Leivant, J. Marion, *Ramified recurrence and computational complexity II: Substitution and poly-space*, in *8th Proceedings of CSL*, volume **993** of LNCS, pages 486-500, 1994.

X-1-2 Demonstrações simples do teorema forte da eliminação do corte

José Carlos Espírito Santo (DM/Univ. do Minho)

jes@math.uminho.pt

É bem sabido que há uma relação entre o teorema da eliminação do corte de Gentzen, em cálculo de sequentes, e o teorema da normalização de Prawitz, em dedução natural. A versão forte destes teoremas afirma que *qualquer* sequência de transformações, aplicada a partir de uma derivação em cálculo de sequentes, ou a partir de uma dedução natural, conduz, após um número finito de passos, a uma derivação sem cortes ou a uma dedução normal, respectivamente. O objectivo desta palestra é obter, no contexto da lógica da implicação intuicionista, o teorema forte da eliminação do corte como corolário simples do teorema forte da normalização.

Os dois sistemas lógicos são apresentados como variantes do λ -calculus com tipos simples, de acordo com a correspondência de Curry-Howard. A variante correspondente ao cálculo de sequentes é interessante por si só, do ponto de vista computacional. Uma das características deste sistema é que algumas regras de eliminação do corte executam transformações globais nas derivações (por oposição com as transformações locais empregues originalmente por Gentzen). Com esta formulação, o teorema forte da eliminação do corte é obtido como corolário de duas propriedades do λ -calculus: a normalização forte dos termos com tipos simples e o chamado lema fundamental da perpetuidade.

X-1-3 Lógica temporal distribuída para a análise de protocolos de segurança

Carlos Caleiro (Centro de Lógica e Computação/DM/IST/UTL)
ccal@math.ist.utl.pt

Apresenta-se uma lógica temporal distribuída especialmente adaptada a expressar e raciocinar sobre as meta-propriedades de diferentes modelos de protocolos de segurança, permitindo assim o estudo das suas inter-relações. A lógica resultante é bastante expressiva e constitui um veículo natural e intuitivo no qual podem ser formalizadas as propriedades, locais e globais, de processos distribuídos comunicantes. Através de uma série de exemplos, ilustram-se as potencialidades desta lógica na definição rigorosa de diferentes técnicas de simplificação de modelos, essenciais para a construção de ferramentas efectivas de análise de protocolos de segurança, e na demonstração da sua correcção face às propriedades de segurança desejadas.

Sessão 2 23/06, 14h30 – 16h, Auditório A

X-2-1 Algumas limitações fundamentais na resolução numérica de equações diferenciais ordinárias

Daniel Graça (DM/FCT/Univ. do Algarve e Centro de Lógica e Computação/DM/IST/UTL)
dgraca@ualg.pt

Nos últimos anos, tem-se assistido a uma crescente utilização do computador como ferramenta de simulação, nomeadamente através de processos numéricos. No entanto, muito pouco tem sido feito para perceber como é que esse tipo de técnicas pode ser estudado do ponto de vista da Teoria da Computação. Nesta comunicação, iremos abordar este género de questões para o caso particular de Problemas de Valor Inicial, definidos por uma Equação Diferencial Ordinária. Mais concretamente, iremos mostrar que não é possível, em geral, determinar através de algoritmos o “intervalo maximal” onde a solução deste problema está definida. Iremos ainda verificar que não é também possível saber se este intervalo maximal é finito ou não através de algoritmos (i.e., mostraremos que este problema é *indecidível*).²⁵

²⁵Trabalho conjunto com N. Zhong e J. Buescu.

X–2–2 Uma imersão do cálculo de predicados

Gilda Ferreira (CMAF/UL)

gildafer@cii.fc.ul.pt

No âmbito da *Teoria da Demonstração* e com o objectivo de tratar as demonstrações como objectos formais, permitindo a sua análise por técnicas matemáticas, surgem os *sistemas formais dedutivos*. Um dos mais conhecidos, a *Dedução Natural*, proposto por Gerhard Gentzen em 1935 com o intuito de se aproximar o mais possível do modo de raciocínio humano, assenta numa dinâmica de regras (de certa forma inversas) de *introdução* e de *eliminação*.

Segundo Jean-Yves Girard et al. [1], a Dedução Natural só é satisfatória em fragmentos da linguagem que se limitem aos conectivos \wedge , \rightarrow e \forall . Parafraseando o próprio, para \vee , \exists e \neg , o método é ‘francamente inadequado’.

No artigo [2], aceite recentemente para publicação, Fernando Ferreira sugere uma forma de contornar a anterior questão, apresentando uma imersão do cálculo proposicional num cálculo de segunda ordem predicativo baseado apenas em \rightarrow e \forall . Tal imersão provém da possibilidade de definir \neg , \wedge e \vee em termos de \rightarrow e \forall — a título de exemplo, no caso da disjunção temos $A \vee B =_{def} \forall F((A \rightarrow F) \rightarrow ((B \rightarrow F) \rightarrow F))$, com F uma nova variável proposicional — e da possibilidade de estender instanciações predicativas de F por uma *qualquer* fórmula da linguagem.

Nesta comunicação, estendemos a imersão apresentada em [2] (no contexto do cálculo proposicional) ao cálculo de predicados. Como aplicação mostramos a *propriedade da existência* da lógica intuicionista.²⁶

Referências

[1] J.-Y. Girard, Y. Lafont and P. Taylor, “Proofs and Types”, Cambridge University Press, 1989.

[2] F. Ferreira, *Comments on Predicative Logic*, Journal of Philosophical Logic (a publicar). Disponível em <http://alf1.cii.fc.ul.pt/~ferferr/comments.pdf>.

X–2–3 Lógicas de indistinguibilidade para verificação de protocolos criptográficos

Pedro Adão (Centro de Lógica e Computação/DM/IST/UTL)

pad@math.ist.utl.pt

Entre as várias abordagens ao estudo da criptografia e segurança, duas delas

²⁶Trabalho conjunto com Fernando Ferreira.

sobressaem pelo seu sucesso. A primeira, a abordagem através da teoria da *Computabilidade e Complexidade* também chamada de abordagem *Computacional*, baseia as suas definições em termos do comportamento assintótico de máquinas de Turing probabilistas. A segunda, a abordagem através de *Métodos Simbólicos*, baseia as suas definições em termos de álgebras de processos e máquinas de estados. Enquanto a primeira está mais próxima da implementação, o que torna as suas provas mais “convincentes”, a segunda efectua diversas abstracções da realidade, o que permite que os modelos obtidos sejam mais simples e assim que as provas sejam possíveis de automatizar.

Uma das abstracções mais comuns é supor que as primitivas criptográficas envolvidas são perfeitas, por exemplo, só será possível descodificar uma mensagem encriptada se soubermos a chave de encriptação, $D(K, E(K, X)) = X$. Dadas estas simplificações, as lógicas de indistinguibilidade, que iremos abordar nesta palestra, apresentam-se como uma boa solução para o estudo de protocolos complexos.

No entanto, como estes modelos são apenas uma abstracção da realidade, não temos por isso a garantia de que expressões equivalentes segundo estas lógicas tenham implementações computacionais indistinguíveis.

Nesta palestra veremos que, para certas lógicas, é possível garantir que a equivalência das expressões implica indistinguibilidade computacional, i.e., a lógica é correcta face à interpretação computacional. Veremos também em que casos podemos garantir o converso, i.e., indistinguibilidade computacional implica equivalência das expressões na lógica (dizemos que neste caso a lógica é completa).²⁷

Referências

[1] P. Adão, G. Bana, and A. Scedrov, *Computational and information-theoretic soundness and completeness of formal encryption*, in *Proceedings of the 18th IEEE Computer Security Foundations Workshop (CSFW)*, pages 170–184, Aix-en-Provence, France, June 20–22 2005. IEEE Computer Society Press.

X–2–4 O significado do segundo teorema de incompletude de Gödel para a Matemática

Reinhard Kahle (DM/FCT/UC)

kahle@mat.uc.pt

²⁷Trabalho conjunto com Gergei Bana (Dep. of Computer Science/UCDavis) e Andre Scedrov (Dep. of Mathematics/University of Pennsylvania).

Em 2006 assinala-se o centenário do nascimento de Kurt Gödel. Os seus teoremas de incompletude são os resultados, de lógica matemática, mais importantes do século XX. O segundo teorema de incompletude diz que uma teoria suficientemente forte não pode demonstrar a sua própria consistência.

É o significado deste teorema para a matemática que nos propomos discutir. A completar esta discussão apresentamos alguns exemplos de investigação actual baseada no resultado de Gödel.

Área temática **XI – Probabilidades e Estatística**

Organização **Luísa Canto de Loura (FC/UL)**

Sessão 1 22/06, 11h30 – 13h, Auditório A

XI-1-1 Regular variation of functions, with applications in Statistics

Laurens de Haan (Erasmus University Rotterdam e
Centro de Estatística e Aplicações/UL)
ldhaan@fc.ul.pt

Regular variation (variation régulière) has been invented by J. Karamata (1930) as a tool to simplify certain Tauberian theorems and generalize them at the same time. Nowadays the theory – in much extended form – is used much in the same way in various branches of probability and statistics.

I shall give an overview of the theory and I shall discuss why it is a useful tool in certain statistical problems.

XI-1-2 Um modelo Bayesiano hierárquico no mapeamento físico de cromossomas – aplicação ao mapeamento da bactéria *O. oeni*, estirpe GM

Maria Antónia Amaral Turkman (FC e Centro de Estatística
e Aplicações/UL)
antonia.turkman@fc.ul.pt

No contexto da cartografia genética, um mapa físico corresponde a uma representação da ordem e distâncias de “marcas genéticas” num genoma ou parte deste (Nelson and Speed, 1994). Estas “marcas” podem corresponder a locais de restrição de diferentes enzimas, sondas, sequências de DNA que representam genes, etc. Estes mapas são guias importantes para atingir rapidamente determinadas áreas do genoma de interesse.

O processo de elaboração do mapa, designado por mapeamento físico, envolve resultados de diversas experiências laboratoriais. Uma dessas experiências pode ser, por exemplo, o corte da molécula do DNA através da digestão com enzimas de restrição. Este processo produz uma série de fragmentos desordenados. Um dos objectivos a atingir é o do restabelecimento da ordem desses fragmentos de DNA de acordo com as suas posições ao longo do genoma.

A construção de um mapa físico assemelha-se assim à elaboração de um *puzzle* cujas peças são fragmentos de DNA resultantes de cortes de enzimas de restrição. Dado que diferentes enzimas de restrição cortam a molécula de DNA em fragmentos diferentes, em número e tamanho, um dos passos importantes na reconstrução do *puzzle* é o estudo da detecção do tipo de sobreposição dos diversos fragmentos produzidos pelas diferentes enzimas. É neste processo que a Estatística pode ter um papel importante. Com efeito, a informação inicial sobre o comprimento dos fragmentos associada com a informação amostral obtida através de experiências de hibridação com um conjunto de sondas, permite por meio de metodologia bayesiana, estabelecer probabilidades de sobreposição, úteis como passo inicial para o restabelecimento da ordem (Gonçalves *et al*, 2005).

Neste trabalho propomos um modelo bayesiano hierárquico com vista à caracterização de alguns passos na construção de mapas físicos de cromossomas, o qual é aplicado ao mapeamento da bactéria *Oenococcus oeni*, estirpe GM (Zé-Zé, 2000). Esse modelo, associando a informação *a priori* relativa ao tamanho (considerado aleatório) de fragmentos produzidos por acção das enzimas *AscI*, *I-CeuI*, *FseI*, *NotI* e *SfiI*, com a informação amostral relativa a experiências de hibridação com várias sondas, permite a obtenção de probabilidades *a posteriori* de sobreposição entre pares de fragmentos.²⁸

Referências:

Gonçalves, L., Zé-Zé, L., Prisco Pinheiro, H., Amaral-Turkman, M.A., *Statistical*

²⁸Trabalho conjunto com Luzia Gonçalves (Instituto de Higiene e Medicina Tropical/UNL e Centro de Estatística e Aplicações/UL) e realizado no âmbito do projecto POCTI/MAT/44802/2002.

Aspects in Physical Mapping - Application to the genome of O. oeni strain GM., Biometrics **61**, p.481-487 (2005).

Nelson, D.O., Speed, T.P., *Statistical Issues in Constructing High Resolution Physical Maps., Statistical Science* **9**, 334-354 (1994).

Zé-Zé, L., “Genes e Genomas em *O. oeni*”, Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (2000).

XI-1-3 Valores e vectores próprios numa análise em componentes principais sobre uma matriz de correlações em blocos

Jorge Cadima (DM/Instituto Superior de Agronomia/UTL)
jcadima@isa.utl.pt

A Análise em Componentes Principais (ACP) é uma das principais técnicas de análise de dados multivariados. Baseia-se numa Decomposição em Valores Singulares numa matriz de dados centrados e frequentemente normalizados, em cujo caso parte importante da informação relevante para a ACP é dada pelos valores e vectores próprios da matriz de correlações das variáveis estudadas.

Nalguns casos surgem matrizes de correlações com uma estrutura aproximadamente em blocos: as variáveis estão divididas em subgrupos no seio dos quais as correlações são semelhantes, havendo igualmente valores análogos (e, em geral, não nulos) para as correlações entre as variáveis de cada diferente par de subgrupos.

Nesta comunicação discutem-se propriedades dos valores e vectores próprios de matrizes de correlações com uma estrutura por blocos. No caso de uma matriz de correlações em 2×2 blocos (2 subgrupos de variáveis), é possível obter analiticamente expressões para os valores e vectores próprios da matriz, facto que permite compreender o efeito de cada correlação e das dimensões dos subgrupos nos resultados da ACP. Algumas propriedades importantes são válidas para qualquer número de subgrupos de variáveis. Em particular, mostra-se que numa matriz de correlações em $k \times k$ blocos, apenas k valores/vectores próprios são de interesse estatístico, e a soma desses k valores próprios (ou seja, a parte da variabilidade total associada às k Componentes Principais correspondentes) não depende das correlações entre variáveis de subgrupos diferentes, mas apenas da dimensão e das correlações entre as variáveis de cada subgrupo. O subespaço gerado pelos k vectores próprios correspondentes depende exclusivamente das dimensões dos subgrupos. Efectua-se uma pequena análise computacional à robustez destes resultados face à perturbação

das correlações de cada bloco.

Sessão 2 22/06, 14h30 – 16h, Auditório A

**XI-2-1 Testes de quociente de verosimilhanças na
selecção de cultivares com índices ambientais L_2**

Iola Pinto (ACM e DEETC/ISEL/IPL)

ipinto@deetc.isel.ipl.pt

A noção de verosimilhança tem tido aplicações recentes de grande interesse, ver por exemplo Severine (2000). No presente trabalho mostra-se como se podem utilizar os testes de quociente de verosimilhanças para testar hipóteses de interesse para o processo de selecção de cultivares num plano de melhoramento. Dado um plano de melhoramento, identifica-se um conjunto de cultivares que são utilizados nos vários ensaios. Os ensaios que compõem um plano de melhoramento encontram-se divididos em blocos, designando-se por índice ambiental a produtividade de cada bloco. Cada cultivar será representado por uma recta cujos coeficientes terão de ser ajustados. O rendimento é a variável dependente e o índice ambiental a variável controlada. A técnica da análise conjunta de regressões lineares (ACRL) com utilização de índices ambientais L_2 consiste no ajustamento simultâneo conjunto de dois vectores: o vector dos coeficientes para as regressões lineares e o vector dos índices ambientais. Este ajustamento realiza-se, ver Pinto, I. (2006) através da minimização de uma função quadrática. Assumindo a normalidade, homocedasticidade e independência dos rendimentos dos cultivares, é possível proceder ao referido ajustamento recorrendo a estimadores de máxima verosimilhança. Num plano de melhoramento vegetal, pretende-se seleccionar ao longo dos anos, cultivares que apresentem melhor performance relativamente a determinadas características de interesse para o melhorador. Os testes de quociente de verosimilhanças, têm nesta perspectiva grande utilidade, pois permitem ensaiar várias hipóteses de interesse como, por exemplo, a hipótese de agrupamento dos cultivares em grupos de cultivares cuja resposta a variações do índice ambiental é idêntica. Apresentaremos para as hipóteses a testar, os desenvolvimentos teóricos conducentes à obtenção das estatísticas de teste.

XI-2-2 Comparação de metodologias de previsão. O caso do rio Paiva.

Rui Gonçalves (FC/UP e FE/UP)

rjasg@fe.up.pt

A análise, modelação e previsão de um sistema natural como um rio é de extrema importância por variadas razões. Entre elas podemos apontar as mais relevantes: prevenção de desastres naturais, optimização de reservatórios para produção hidroeléctrica e abastecimento.

O caudal de um rio é uma medição de um sistema dinâmico complexo com muitas variáveis relevantes: precipitação, transformação chuva-caudal e as propriedades hidrogeológicas da bacia. Algumas variáveis como a chuva podem variar drasticamente em intervalos curtos de tempo menores do que um dia que geralmente o período mínimo de observação. No rio Paiva o efeito desta mudança súbita é geralmente quase imediatamente notado nos valores do caudal.

Os dados relevantes para este trabalho são a série dos caudais médios diários medidos em Fragas da Torre de Outubro de 1946 a Setembro de 1999. O nosso objectivo é averiguar sobre a predictabilidade do caudal do rio. Usamos métodos de diferentes áreas, sistemas dinâmicos, processos estocásticos e *Temporal Data-Mining*.

Neste trabalho é levado a cabo uma análise dinâmica do rio Paiva usando o método de reconstrução de Takens [4]. A seguir analisamos os resultados de previsão a um passo do método dos vizinhos mais próximos. Os resultados de previsão são muito melhores quando se consideram o regime de ausência de chuva. Os resultados obtidos com o método de Temporal Data-Mining, *janelas de correlação* forneceu resultados de inferior qualidade. Para este método de previsão, a escolha dos segmentos a entrar para o conjunto de previsão e a escolha do preditor é fundamental na precisão da previsão. A utilização de regressão robusta no estabelecimento da relação entre segmentos não melhorou significativamente a previsão. O modelo linear estimado forneceu resultados razoáveis na ausência de chuva mas com resultados de inferior qualidade do que os outros dois métodos.²⁹

Referências:

- [1] C. Antunes, A. Oliveira, *Temporal Data Mining: an overview*, Lec. Notes in Comp. Science (2001).
- [2] D. Birkes, Y. Dodge, *Alternatives Methods of Regression*. Wiley Series in Probability and Statistics (1996).

²⁹Trabalho conjunto com Alberto Pinto (FC/UP) e Francisco Calheiros (FE/UP).

[3] F. Calheiros, R. Goncalves, *Previsão em Hidrologia*, Proceedings of the VIII Annual Congress of the Portuguese Statistical Society, 229-241 (2003).

[4] F. Takens, *Detecting strange attractors in Turbulence*, in Lecture Notes in Math., 898,366-81, Springer (1980).

[5] H. Kantz, T. Schreiber, “Nonlinear Time Series Analysis”, Cambridge University Press(1997) .

[6] P. Brockwell, R. Davis, “Time Series: Theory and Methods”, Springer-Verlag (1996).

XI-2-3 Modelos de comparação com base nas propriedades estatísticas dos documentos

João Ferreira (ACM e DEETC/ISEL/IPL)

jferreira@deetc.isel.ipl.pt

É abordado o problema dos modelos de pesquisa de informação na internet, sob o ponto de vista estatístico, no sentido de estabelecer relações entre os diferentes algoritmos e apresentar uma visão unificada dos diferentes modelos com base em métodos estatísticos. É proposta uma notação comum para os mesmos conceitos apresentados por modelos diferentes evitando-se assim a grande diversidade das notações existentes, identificando-se os requisitos para um índice flexível capaz de fornecer matéria-prima para todos os modelos de pesquisa com base nas propriedades estatísticas dos documentos.

XI-2-4 Árvores de decisão em problemas de satisfação de restrições

Nuno Crato (DM/ISEG/UTL e CEMAPRE)

ncrato@iseg.utl.pt

Diversos algoritmos apresentam tempos de computação que indiciam caudas estáveis. Entre esses algoritmos, destacam-se vários usados em problemas de satisfação de restrições. Para modelar essas caudas e entender as distribuições empiricamente encontradas propõem-se diversos modelos de procura em árvores. Discutem-se condições em que as árvores causam distribuições com decaimento exponencial e com decaimento estável, com qualquer índice de estabilidade.³⁰

³⁰Trabalho conjunto com Alda Carvalho (ACM e DEM/ISEL/IPL e CEMAPRE) e Carla P. Gomes (Cornell University).

Área temática **XII – Sistemas Dinâmicos/Dinâmica Não Linear**

Organização **Isabel Labouriau** (FC/UP) e
Leonel Rocha (ISEL/IPL)

Sessão 1 22/06, 11h30 – 13h, Auditório F

XII-1-1 Transformações do intervalo associadas a autômatos celulares

M. J. Martinho (DM/UE)
mjfbmartinho@sapo.pt

Neste trabalho estudamos transformações definidas no intervalo $[0,1]$ cuja iteração modela a evolução temporal de autômatos celulares elementares a uma dimensão. Analisamos as propriedades deste tipo de transformação e como dependem da regra do autômato e das condições fronteira escolhidas.³¹

XII-1-2 Produtos tensoriais em dinâmicas de aplicações triangulares

Diana Mendes (Dep. de Métodos Quantitativos/IBS/ISCTE)
diana.mendes@iscte.pt

Consideremos famílias de aplicações iteradas do plano real cuja estrutura é triangular, isto é, $T(x, y) = (f(x), g(x, y))$, ou seja, o mapa base f só depende da variável x enquanto o mapa fibra g depende das duas variáveis da aplicação. As aplicações triangulares estudadas são contínuas ou seccionalmente lineares e apresentam pontos críticos no sentido usual. Desta família fazem parte, como casos particulares, as transformações de Baker e as aplicações de Viana.

Para este tipo de aplicações definimos uma dinâmica simbólica viável, em termos de sequências de *kneading* e de partições de Markov. As principais ferramentas utilizadas são os produtos tensoriais aplicados aos invariantes topológicos e métricos definidos para as órbitas críticas das aplicações triangulares, na base e na fibra, que, em geral são representadas por aplicações multimodais do intervalo.

³¹Trabalho conjunto com L. Bandeira e C. C. Ramos (DM/UE).

Como consequência imediata obtemos algoritmos para o cálculo da entropia topológica, da entropia métrica e da dimensão de Hausdorff das aplicações triangulares consideradas.³²

XII-1-3 Uma função de Green singular

Ricardo Roque Enguiça (ACM e DEC/ISEL/IPL)

rroque@dec.isel.ipl.pt

É um procedimento clássico usar propriedades das funções de Green para obter soluções de problemas de valores de fronteira. Pretende-se fazer uma breve descrição da metodologia usada correntemente em EDOs, e analisar o caso da função de Green associada ao PVF singular

$$-u''(t) - \frac{n-1}{t}u'(t) + \lambda^2 u(t) = h(t), \quad t \in]0, 1], \quad u'(0) = u(1) = 0,$$

que tem a particularidade de ser a mesma se considerarmos $u'(0) = a \in \mathbb{R}$.

Usando esta função de Green, provamos um Princípio de Máximo não-local, fundamental para aproximar soluções radiais de

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f\left(u, \int_U g(u)\right) \\ u|_{\partial U} &= 0, \end{aligned}$$

onde $U = B(0, 1)$ é a esfera unitária em \mathbb{R}^n .³³

XI-1-4 Dinâmica de um sistema não autómato de edos em teoria da coagulação

Rafael Sasportes (DCET/Univ. Aberta)

rafael@univ-aberta-pt

Consideramos uma equação de coagulação de coeficientes constantes com iterações de tipo Becker-Döring e entrada de monómeros com uma taxa dada por $J_1(t) = \alpha t^\omega$, com $\alpha > 0$ e $\omega > -\frac{1}{2}$. Para este sistema de dimensão infinita mostramos que as soluções convergem para um perfil auto-semelhante quando t e j convergem para infinito de modo auto-semelhante, com j/ξ ou $(j - \xi)/\sqrt{\xi}$ constantes, onde $\xi = \xi(t)$ é só função de t .³⁴

³²Trabalho conjunto com J. Sousa Ramos (DM/IST/UTL).

³³Trabalho conjunto com Luís Sanchez (CMAF e DM/FC/UL).

³⁴Trabalho conjunto com F. P. Costa.

Sessão 2 22/06, 14h30 – 16h, Auditório F

XII–2–1 Linhas críticas e bifurcações locais e globais

Acilina Caneco (ACM e DEETC/ISEL/IPL)

acilina@deetc.isel.ipl.pt

Bifurcações locais e globais são estudadas e exemplificadas em aplicações não invertíveis com a técnica das curvas críticas. Estas dividem o espaço de fase em regiões cada uma das quais com um número diferente de pré-imagens. O papel das curvas críticas é fundamental na definição de bifurcações que levam à destruição ou a uma súbita e importante modificação das áreas de absorção e das áreas caóticas. Uma bifurcação de contacto pode corresponder a bifurcações homoclínicas ou heteroclínicas e as linhas críticas são úteis na interpretação destes problemas.

XII–2–2 Exemplos de ciclos e redes heteroclínicas em sistemas de equações diferenciais com simetria

Alexandre Rodrigues (FC/UP)

alexmate@iol.pt

Nesta comunicação, ir-se-á apresentar alguns exemplos de ciclos e redes heteroclínicas que foram estudados na tese de mestrado do autor. O trabalho desenvolvido tem como ponto de partida dois sistemas de equações diferenciais com simetria, um em \mathbb{R}^3 e outro em \mathbb{R}^4 , ambos estudados em (M. A. D. Aguiar, “Vector Fields with heteroclinic networks”, tese de doutoramento, Departamento de Matemática Aplicada, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2002). A simetria do sistema em \mathbb{R}^3 induz a existência de uma rede heteroclínica assintoticamente estável entre seis pontos de equilíbrio numa superfície esférica invariante e globalmente atractora. Dada a equivariância do sistema em \mathbb{R}^3 , por um grupo cuja acção é isomorfa a \mathbb{Z}_2 , e com base no artigo de (M. A. D. Aguiar, S. B. Castro e I. S. Labouriau, *Simple Vector Fields with Complex Behaviour*, Int. Jour. of Bifurcation and Chaos, Vol. **16** (2), 2006), o campo de vectores em \mathbb{R}^3 é rodado para \mathbb{R}^4 , obtendo-se um sistema de equações diferenciais com simetria SO_2 , cujo fluxo possui uma rede heteroclínica entre uma trajectória periódica e quatro pontos de equilíbrio.

Dado o campo de vectores em \mathbb{R}^4 ser equivariante por um grupo cuja acção é isomorfa a $(\mathbb{Z}_2)^2$ generaliza-se a técnica de rotação e obtem-se um sistema definido

em \mathbb{R}^6 com a simetria do toro de dimensão 3, cujo fluxo possui um ciclo heteroclínico assintoticamente estável entre três trajetórias periódicas, numa superfície esférica de dimensão 5 invariante e globalmente atractora.

Os exemplos a apresentar reflectem um papel fundamental da simetria em sistemas de equações diferenciais, a qual favorece a existência de ciclos e redes heteroclínicos, bem como a sua estabilidade estrutural para perturbações que preservem uma certa simetria.³⁵

XII-2-3 Sincronização com ligação unidireccional de sistemas dinâmicos caóticos

Rosário Laureano (Dep. de Métodos Quantitativos/IBS/ISCTE)
maria.laureano@iscte.pt

Este artigo apresenta os conceitos teóricos fundamentais para ligação de sistemas dinâmicos caóticos com o objectivo de obter sincronização. Em particular, estuda-se a sincronização de sistemas caóticos por ligação unidireccional com uso de aplicações triangulares ou de tipo *skew-product*. A análise da estabilidade de ligação e das propriedades do conjunto de sincronização no espaço de fase, assim como o estabelecimento de limiares de sincronização e a existência de conjunto emergente, serão considerados.

A sincronização de sistemas dinâmicos caóticos tem atraído grande interesse pelo seu potencial de aplicações em comunicação, circuitos electrónicos, biologia e economia.³⁶

Sessão 3 23/06, 11h30 – 13h, Auditório F

XII-3-1 Renormalização e dinâmica simbólica em sistemas dinâmicos unidimensionais

Luís Ferreira da Silva (DM/UE e CIMA/UE)
lfs@uevora.pt

Por vezes, um sistema dinâmico pode ser decomposto em componentes “mais pequenas”. Esta é a ideia que está por trás da Teoria da Renormalização de Sis-

³⁵Trabalho conjunto com Manuela D. A. Aguiar (FC/UP).

³⁶Trabalho conjunto com Diana Mendes (Dep. de Métodos Quantitativos/IBS/ISCTE).

temas Dinâmicos, a qual teve origem nas tentativas de demonstração das descobertas de Feigenbaum Couillet e Tresser, sobre a existência de constantes universais relacionadas com as cascatas de duplicação do período em aplicações unimodais. Esta teoria estuda propriedades geométricas, métricas e topológicas em função das diferentes escalas, quer nos espaços de fases quer nos espaços dos parâmetros. Nos sistemas dinâmicos unidimensionais, a dinâmica simbólica é uma ferramenta essencial que nos permite descrever toda a combinatória do sistema. Ao nível simbólico, a renormalizabilidade de um sistema equivale à redutibilidade, em relação a um certo produto, dos seus invariantes simbólicos. Esta palestra será dedicada a expor, de forma resumida, resultados obtidos através desta contextualização, sobre a existência de estruturas de semelhança, ou caixas-dentro-de-caixas, as quais estão directamente relacionadas com propriedades geométricas de pequena escala, quer no espaço de fases quer no espaço dos parâmetros, sobre classes de invariância de invariantes topológicos e sobre taxas universais de convergência nos espaços dos parâmetros.

XII-3-2 Um formalismo de redes eléctricas e de matróides orientados para os fenómenos não-lineares

J. Sousa Ramos (DM/IST/UTL)

sramos@math.ist.utl.pt

O ponto de partida são os fenómenos não-lineares caóticos. Destes os mais típicos e mais bem estudados são os descritos por sistemas dinâmicos discretos, definidos por iteração de transformações da recta real. Com o recurso aos métodos de dinâmica simbólica os problemas da dinâmica não-linear são traduzidos em problemas topológicos e algébricos sobre digrafos. Sobre estes desenvolvemos um formalismo de todo semelhante ao formalismo das redes eléctricas e que se estende aos matróides orientados onde a dinâmica não-linear se confunde com a programação linear e não-linear.³⁷

³⁷Trabalho conjunto com C. Correia Ramos (DM/UE), Nuno Martins (DM/IST/UTL) e Ricardo Severino (DM/Univ. do Minho).

XII-3-3 Dinâmica de estratégias de investimento em competições do tipo Cournot

Alberto Adrego Pinto (FC/UP)

aapinto@fc.up.pt

Apresentamos novas dinâmicas determinísticas e estocásticas nos custos de produção em competições do tipo Cournot, determinadas por estratégias de investimento de I&D com e sem incerteza. Em cada período, a competição do tipo Cournot consiste em dois subjogos. No primeiro, ambas as empresas têm custos de produção iniciais e decidem estratégias de investimento de I&D, com ou sem informação completa, para obter novos custos de produção. O segundo subjogo é uma competição do tipo Cournot com parâmetros determinados pelo programa de investimento de I&D. Provamos que o jogo apresenta um, dois ou três equilíbrios de investimento de Nash nas regiões de parâmetros estudadas. Os equilíbrios de investimento de Nash variam continuamente com os custos de produção iniciais e com o grau de diferenciação dos produtos. As dinâmicas determinísticas, período após período, nos custos de produção do duopólio resultam de as empresas decidirem jogar o equilíbrio de investimento de Nash na competição do tipo Cournot com programas de investimento de I&D. Curiosamente, provamos que existe uma curva “piecewise smooth” de equilíbrios estáveis que é robusta sobre ligeiras perturbações dos parâmetros. Analisamos a perda dos lucros de uma empresa, no caso de esta empresa decidir não investir em I&D. As dinâmicas estocásticas nos custos de produção das empresas em duopólio aparecem se considerarmos informação incompleta nos programas de investimento. Observamos que a incerteza conduz a um desvio da média das trajectórias estocásticas em relação às trajectórias determinísticas dos custos de produção.³⁸

Sessão 4 23/06, 14h30 – 16h, Auditório F

XII-4-1 Sobre a dinâmica do Hénon conservativo

Jorge Rocha (CMUP e FC/UP)

jrocha@fc.up.pt

Devaney ([D]) mostrou que para $a > -1$ o Hénon conservativo, $H_a(x, y) =$

³⁸Trabalho conjunto com F. A. Ferreira (FC/UP e ESEIG/IPP), F. Ferreira (ESEIG/IPP), M. Ferreira (FC/UP) e B. M. P. M. Oliveira (Fac. Ciências da Nutrição e Alimentação/UP).

$(a - x^2 - y, x)$, possui pontos homoclínicos e uma infinidade de pontos periódicos. Mostrou também que o único ponto periódico para $a = -1$ é um ponto fixo e que para $a < 1$ a aplicação H_a não tem pontos periódicos. Em [B-R] mostra-se que de facto no mundo conservativo H_a , com $a < -1$, é uma translacção, isto é existe um homeomorfismo de R^2 que preserva a área e que conjuga H_a a uma translacção.

Referências

[D] Devaney, R., *Homoclinic bifurcations and the area-conserving Hénon map*, Journal of Differential Equations, **51** 254-266 (1984).

[B-R] Bessa e Rocha, *The dynamics of a conservative Hénon map*, Pré-publicação 15-2006, CMUP (www.fc.up.pt/cmup/v2/frames/publications.htm).

XII-4-2 Modelos matemáticos na epidemiologia do século XXI

Gabriela Gomes (IGC)

ggomes@igc.gulbenkian.pt

A incidência ou prevalência de doenças infecciosas pode ser representada por modelos matemáticos. Os modelos permitem-nos identificar os aspectos fundamentais da dinâmica e simular possíveis estratégias de controlo. O século XX testemunhou um progresso extraordinário no controlo de infecções infantis, como sarampo, papeira, rubéola, varíola, poliomielite. Este sucesso deveu-se a elevada eficácia da imunidade conferida tanto pela infecção natural como pela vacina, e foi acompanhado pelo desenvolvimento de modelos matemáticos com bom poder preditivo.

A maioria das doenças infecciosas, no entanto, não são abrangidas por esta onda de sucesso. É que na maioria das doenças, a imunidade não é totalmente eficaz e um indivíduo está tipicamente sujeito a infecções sucessivas. Neste cenário temos a tuberculose, a gripe, a tosse convulsa, a malária. Para além de serem globalmente menos sensíveis a intervenções, estas doenças estão constantemente a despoletar controvérsias tanto ao nível de ensaios clínicos como ao nível de modelação matemática. Porque é que a BCG protege eficazmente contra a tuberculose pulmonar na Europa, mas parece ineficaz no Sul Asiático e África? Porque é que o vírus da gripe apresenta um padrão evolutivo tão único? Porque é que a incidência da tosse convulsa está a aumentar nos países desenvolvidos? Quais são as perspectivas para a malária? Estas são algumas das questões da epidemiologia do século XXI que eu vou abordar

com modelos matemáticos.

XII-4-3 Fractais e outras coisas mais nas iterações de isometrias

Miguel Mendes (CMUP e FE/UP)

mmendes@fe.up.pt

Iterações de isometrias foram inicialmente estudadas na forma de trocas de intervalos que se definem por translações de subintervalos de um intervalo $[a, b]$ não admitindo sobreposição. Resultados sobre a ergodicidade dessas aplicações apareceram naturalmente. Os modelos foram generalizados introduzindo sobreposição e reflexões de intervalos. O primeiro caso permitiu a construção de conjuntos-limite com medida de Hausdorff menor que 1 e no segundo caso provou-se a existência de pontos periódicos para quase toda a aplicação com reflexões. Mais recentemente surgiram modelos a duas dimensões a partir da iteração de duas rotações no plano. A fractalidade é agora uma característica dominante (o que será exibido através de várias ilustrações computacionais) e o estudo da dinâmica tornou-se bastante mais complexo e moroso do que na situação unidimensional (resultados aparecem frequentemente para casos particulares apenas!). Alguns resultados de índole geral (pois são válidos em qualquer dimensão) que iremos divulgar provam que a entropia das isometrias por bocados é nula (J. Buzzi [2000, ETDS]) e tratam do estudo da estabilidade dos pontos periódicos (M. Mendes, M. Nicol [2003, IJBC]; M. Mendes [aceite para publicação ETDS]).